



Tópicos Especiais de Análise

Sub-Título: Métodos Topológicos e Aplicações às Equações Diferenciais

Parciais Elípticas.

Carga horária: 60h.

Créditos: 04.

Período: 2004.2 (início em 22 de agosto de 2002)

Equipe de Professores:

- Dr. João Marcos do Ó (Coordenador).
- Dr. Everaldo Souto de Medeiros.
- Dr. Pedro A. Hinojosa.

EMENTA DA DISCIPLINA

1. Espaços de Sobolev

- 1.1 Espaços de Hölder.
- 1.2 Espaços de Sobolev
 - 1.2.1 Derivadas Fracas
 - 1.2.2 Definição de Espaços de Sobolev.
 - 1.2.3 Propriedades Elementares.
- 1.3 Aproximação.
 - 1.3.1 Aproximação interna por Funções Suaves.
 - 1.3.2 Aproximação por Funções Suaves.
 - 1.3.3 Aproximação global por Funções Suaves.
- 1.4 Extensões.
- 1.5 Traços.
- 1.6 Inequações de Sobolev.
 - 1.6.1 Inequações de Gagliardo – Nirenberg - Sobolev.
 - 1.6.2 Inequações de Morrey.
 - 1.6.3 Inequações gerais de Sobolev
- 1.7 Compacidade.
- 1.8 Desigualdade de Poincaré.

2. Teoria do Grau Topológico

- 2.1 O Teorema de Sard.
- 2.2 Definição do Grau de Brouwer – Caso Regular
- 2.3 Extensão da Definição
 - 2.3.1 Propriedades Fundamentais e Consequências das Propriedades do Grau de Brouwer.

- 2.4 Teorema do Ponto Fixo de Brouwer e Formas Equivalentes.
- 2.5 Definição e Propriedades do Índice.
- 2.6 O Teorema de Borsuk e Aplicações.
- 2.7 Definição e Propriedades do Gênero.
- 2.8 Categoria de Ljusternik – Schnirelman.
- 2.9 Definição do Grau de Leray – Schauder.
- 2.10 Propriedades Fundamentais e suas Conseqüências.
- 2.11 Definição e Cálculo do Índice por Linearização.
- 2.12 O Teorema de Borsuk em Dimensão Infinita.
- 2.13 Teoremas de Ponto Fixo.
- 2.14 Aplicações do Grau Topológico à Resoluções de Equações Diferenciais Parciais

3. Equações Elípticas de Segunda Ordem

- 3.1 Desigualdade da Média.
 - 3.1.1 Princípios do Máximo.
 - 3.1.2 Desigualdade de Harnack.
 - 3.1.3 Representação de Green.
 - 3.1.4 Integral de Poisson.
 - 3.1.5 Teoremas de Convergência.
 - 3.1.6 Problema de Dirichlet.
 - 3.1.7 Funções Sub-Harmônicas.
 - 3.1.8 Método de Perron.
- 3.2 Definições
 - 3.2.1 Equações Elípticas.
 - 3.2.2 Soluções Fracas.
- 3.3 Existência de Soluções Fracas.
 - 3.3.1 Teorema de Lax – Milgram.
 - 3.3.2 Estimativas de Energia.
 - 3.3.3 Alternativa de Fredholm.
- 3.4 Regularidade
 - 3.4.1 Regularidade Interna.
 - 3.4.2 Regularidade de Fronteira.
- 3.5 Princípios do Máximo.
 - 3.5.1 Princípio do Máximo Fraco.
 - 3.5.2 Princípio do Máximo Forte.
 - 3.5.3 Desigualdade de Harnack.
- 3.6 Auto-Valores e Auto-Funções.
 - 3.6.1 Auto-Valores de Operadores Elípticos Simétricos.
 - 3.6.2 Auto-Valores de Operadores Elípticos não Simétricos.
- 3.7. Problemas Lineares Elípticos com Peso Indefinido.
 - 3.7.1 Análise Espectral de Operadores Compactos e Simétricos.
 - 3.7.2 Problema de Autovalor com Peso Indefinido. A formulação Variacional.
 - 3.7.3 Um Teorema do tipo Krein – Rutman.

Bibliografia:

Berestycki, H., “*Methodes Topologiques et Problems aux Limites non Lineares*” These de Docteur de 3ème Cycle, L’Universite de Paris VI, 1975;

H. Brezis, Analyse Fonctionnelle, Masson, 1983.
D. G. de Figueiredo, Positive Solutions of Semilinear Elliptic Problems, Lectures notes in math, 957, 1981.
Deimling, Nonlinear Functional Analysis, Springer Verlag, 1980.
L. C. Evans, Partial Differential Equations, American Mathematical Society, 1998.
D. Gilbarg e N. Trudiger, Elliptic Partial Differential Equations of second Order, Springer, 1983.
Nirenberg, L., “*Topics in Nonlinear Functional Analysis*” Courant Institute of Mathematical Sciences, New York, 1974;
Zeidler, E., “*Nonlinear Functional Analysis and Its Applications: I – Fixed-Point Theorems*” Springer-Verlag.