

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Lista de Exercícios - Cálculo Avançado

Professor: Alexandre de Bustamante Simas

E-mail: alexandre@mat.ufpb.br / Home page: <http://www.mat.ufpb.br/~alexandre/>

Lista 5

Exercícios

1. Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por

$$f(x, y) = (x + 2y + 1, 3xy).$$

a) f é difeomorfismo local?

b) f é difeomorfismo?

2. Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por

$$f(x, y) = (x \cos(y), x \sin(y)).$$

a) f é difeomorfismo local?

b) f é difeomorfismo?

3. Seja $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por

$$g(x, y) = (2ye^{2x}, xe^y).$$

Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por

$$f(x, y) = (3x - y^2, 2x + y, xy + y^3).$$

a) Mostre que existe uma vizinhança U de $(0, 1)$ e uma vizinhança V de $(2, 0)$, tal que $g : U \rightarrow V$ é uma bijeção.

b) Encontre $D(f \circ g^{-1})$ no ponto $(2, 0)$.

4. Seja $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por

$$f(x, y) = \left(\frac{-y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right).$$

a) f é difeomorfismo local?

b) f é difeomorfismo?