

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Lista de Exercícios - Cálculo Avançado

Professor: Alexandre de Bustamante Simas

E-mail: alexandre@mat.ufpb.br / Home page: <http://www.mat.ufpb.br/~alexandre/>

Lista 3

Exercícios

1. Seja $A \subset \mathbb{R}^m$ e seja $f : A \rightarrow \mathbb{R}^n$. Mostre que se $\frac{\partial f}{\partial u}(a)$ existe, então $\frac{\partial f}{\partial(cu)}(a)$ existe e vale $c \frac{\partial f}{\partial u}(a)$, onde $u \in \mathbb{R}^m$ e $u \neq 0$, e $c \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$.

2. Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida como $f(0) = 0$, e $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ se $(x, y) \neq 0$. Para que vetores $u \neq 0$, $u \in \mathbb{R}^2$, $\frac{\partial f}{\partial u}(0)$ existe?

3. Faça o mesmo do exercício 2 com a função f definida como $f(0) = 0$ e

$$f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 y^2 - (y - x)^2}, \quad \text{se } (x, y) \neq 0.$$

4. Faça o mesmo do exercício 2 com a função f definida como $f(0) = 0$ e

$$f(x, y) = \frac{x^3}{x^2 + y^2}, \quad \text{se } (x, y) \neq 0.$$

5. Faça o mesmo do exercício 2 com a função

$$f(x, y) = |x| + |y|.$$

6. Faça o mesmo do exercício 2 com a função

$$f(x, y) = |xy|^{1/2}.$$

7. Faça o mesmo do exercício 2 com a função f definida como $f(0) = 0$ e

$$f(x, y) = \frac{x|y|}{(x^2 + y^2)^{1/2}}, \quad \text{se } (x, y) \neq 0.$$