Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Matemática

Respostas dos Exercícios – Capítulo 2

Seção 2. 4. 7

1) $\frac{1}{4}\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{4}\vec{j} + \frac{5}{4}\vec{k}$

$-5\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c} = -11\vec{i} + 2\vec{j} - 22\vec{k}$

$-\vec{d} + \frac{1}{2}\vec{a} = 5\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j} - \frac{15}{2}\vec{k}$

$\vec{b} - \vec{c} = -3\vec{i} - 5\vec{k}$

2) $\vec{v} = -6\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$

5) $\vec{AB} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$

$\vec{AC} = -4\vec{i} - 4\vec{j} - 6\vec{k}$

$\vec{BC} = -2\vec{j} - 3\vec{k}$

6) $B = (4, 6, 8)$

7) $(3, 2, 3)$

8) $\vec{w} = \frac{5}{2}\vec{i} + 2\vec{j} - \frac{5}{2}\vec{k}$

9) $D = (0, 6, 11)$

10) $C = (9, -5, 12)$ e $D = (6, -1, 19)$

11) a) LI b) LD c) LI d) LD

12) a) $m = 2$ ou $m = -1$ b) $m = 4$

13) Os pontos A, B e C não estão alinhados.

14) Os valores de y e z são tais que $y + 2z = 4$.

15) a) São coplanares b) Não são coplanares

16) Os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ são lados de um triângulo.

17) A, B e C são vértices de um triângulo

18) $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ formam uma base negativa para o $\Re^3$. $\vec{v} = \frac{1}{13}\vec{i} + \frac{39}{91}\vec{j} + \frac{5}{91}\vec{k}$

19) $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ formam uma base negativa para o $\Re^3$. $\vec{a} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

21) $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} - 2\vec{b} + \frac{3}{2}\vec{c}$

22) $\vec{w} = 8\vec{u} + 7\vec{v}$

Seção 2.6.5

3) 10

4) 20

5) a) 13 b) 13

6) Normas iguais

7) $(3\vec{a}-2\vec{b})\cdot(\vec{b}+3\vec{c})=-62$

Seção 2.6.9

1) $\vec{v}=\dfrac{1}{\sqrt{34}}\left(-3\vec{j}+5\vec{k}\right)$

2) $x=-\dfrac{11}{3}$

3) $\left\|\vec{u}\right\|=2$, $\left\|\vec{u}+\vec{v}\right\|=\sqrt{34}$

4) $x=0$

5) $\vec{u}=\dfrac{\vec{u}_1}{\left\|\vec{u}_1\right\|}$, onde $\vec{u}_1=\left(\dfrac{1}{\sqrt{14}}+\dfrac{3}{\sqrt{11}}\right)\vec{i}+\left(\dfrac{1}{\sqrt{11}}-\dfrac{2}{\sqrt{14}}\right)\vec{j}+\left(\dfrac{3}{\sqrt{14}}-\dfrac{1}{\sqrt{11}}\right)\vec{k}$

6) A, B e C são vértices de um triângulo, que é retângulo e isósceles.
$\left(\vec{AB},\vec{AC}\right)=90^0$, $\left(\vec{AB},\vec{BC}\right)=45^0$ e $\left(\vec{CB},\vec{CA}\right)=45^0$

7) $proj_{\vec{u}}\,\vec{v}=\alpha\,\vec{u},\ \alpha\in\Re$

8) $proj_{\vec{u}}\,\vec{v}=\dfrac{1}{21}\left(\vec{i}+5\vec{j}+4\vec{k}\right)$

9) $\cos\alpha=\dfrac{x}{\left\|\vec{v}\right\|}$, $\cos\beta=\dfrac{y}{\left\|\vec{v}\right\|}$, $\cos\gamma=\dfrac{z}{\left\|\vec{v}\right\|}$

10) $\gamma=45^0$

11) $\vec{v}=\vec{i}+\sqrt{2}\,\vec{j}-\vec{k}$ ou $\vec{v}=\vec{i}-\sqrt{2}\,\vec{j}-\vec{k}$

12) $\cos\left(\vec{v},\vec{i}\right)=\dfrac{4}{13}$, $\cos\left(\vec{v},\vec{i}\right)=\dfrac{3}{13}$, $\cos\left(\vec{v},\vec{i}\right)=\dfrac{12}{13}$

13) $\vec{b}=-48\vec{i}+45\vec{j}-36\vec{k}$

14). $\vec{v}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}\vec{i}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}+5\sqrt{3}\,\vec{k}$

15) $\left\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right\}$ não é base ortonormal. $\vec{v}=\dfrac{1}{3}\vec{i}+\dfrac{4}{3}\vec{j}+\dfrac{5}{3}\vec{k}$

Seção 2.7.6

1) $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{i}-10\vec{j}-4\vec{k}$ $\vec{c}\times\vec{a}=-3\vec{i}-3\vec{k}$ $\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)+\left(\vec{c}\times\vec{b}\right)=\vec{0}$

2) $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{42}}\left(-3\vec{i} + 4\vec{j} - 4\vec{k}\right)$ 3) $\vec{v} = \frac{24}{13}\vec{i} + \frac{10}{13}\vec{j}$ 4) $A = 10\sqrt{12}$

5) A, B e C são vértices de um triângulo, que é isósceles. $A = 5\sqrt{185}$

6) $\vec{a} = \vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{v} = 4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = -6\vec{i} + 18\vec{j} - 2\vec{k}$

$\vec{w} = \frac{26}{91}\vec{i} - \frac{7}{91}\vec{j} + \frac{4}{91}\vec{k}$

7) $\vec{a}$ e $\vec{b}$ devem ser paralelos

8) $cos\left(\vec{u} \times \vec{v}, \vec{i}\right) = -\frac{9}{\sqrt{138}}$, $cos\left(\vec{u} \times \vec{v}, \vec{j}\right) = \frac{5}{\sqrt{138}}$, $cos\left(\vec{u} \times \vec{v}, \vec{k}\right) = \frac{7}{\sqrt{138}}$

9) a) $m = \pm\frac{3}{5}$

b) $m = 0$, se $\vec{a}$ não é paralelo a $\vec{b}$

$m \in \Re$, se $\vec{a}$ é paralelo a $\vec{b}$

10) $\vec{c} = 70\vec{i} + 50\vec{j} + 10\vec{k}$

Seção 2.8.6

1) $\left[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right] = -7$, $\left[\vec{v}, \vec{w}, \vec{u}\right] = -7$, $\left[\vec{u}, \vec{w}, \vec{w}\right] = 0$

2) Os vetores dados não são coplanares, pois o produto misto é diferente de zero.

3) $V = 15\ u.v.$ 4) a) São coplanares 4) b) Não são coplanares

5) $x \neq 1$ ou $x \neq -2$

6) a) $\left(\vec{AB}, \vec{BC}\right) = 90^0$, $\left(\vec{AB}, \vec{AC}\right) = 45^0$ e $\left(\vec{CB}, \vec{CA}\right) = 45^0$ b) $proj_{\vec{AC}}\ \vec{AB} = \frac{1}{2}\left(\vec{j} + \vec{k}\right)$

c) $h = \frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $Área(\Delta ABC) = \frac{1}{2}\ u.a.$ e) $V = 1\ u.v.$

7) O ângulo entre os vetores é 90^0 e, portanto, esses vetores são LI.

8) $\vec{a} = \frac{\vec{a}_1}{\left\|\vec{a}_1\right\|}$, onde $\vec{a}_1 = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = \frac{\vec{b}_1}{\left\|\vec{b}_1\right\|}$, onde $\vec{b}_1 = -11\vec{i} - 26\vec{j} - 2\vec{k}$ e $\vec{c} = \frac{\vec{c}_1}{\left\|\vec{c}_1\right\|}$, onde

$\vec{c}_1 = -6\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}$

9) $\left\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right\}$ será base ortonormal se x = ± $\frac{1}{3}$. $\vec{v} = -\frac{5}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{10}{3}\vec{c}$

10) $\left[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right] = 24\ u.v.$

11) A, B, C e D podem ser vértices de um paralelepípedo. $V = 24\ u.v.$. $E = (3, -3, 3)$

12) Usando projeção: a base será composta pelos vetores $\left\{\vec{u}, \vec{w}, \vec{u} \times \vec{w}\right\}$, onde

$$\vec{w} = \vec{v} - proj_{\vec{u}}\,\vec{v} = \vec{v} - \left(\vec{v} \cdot \frac{\vec{u}}{\left\|\vec{u}\right\|}\right)\frac{\vec{u}}{\left\|\vec{u}\right\|} = \vec{v} - \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\left\|\vec{u}\right\|^2}\vec{u} \cdot$$

Usando produto vetorial: $\left\{\vec{u}, \vec{u} \times \vec{v}, \vec{u} \times \left(\vec{u} \times \vec{v}\right)\right\}$

13) A base será negativa se $x < 0$ e será ortogonal se $x \neq 0$. A base será ortonormal se $x \neq 0$ e tomarmos os seus respectivos vetores unitários.

14) $\left\|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right\| = 10$