Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Matemática

Respostas dos Exercícios Propostos – Capítulo 3

Seção 3.1.5

1) Equações paramétricas: $\begin{cases} x = 3 + t - s \\ y = 1 - 2t - s \\ z = 2 - 3t \qquad s, t \in \Re \end{cases}$

Equação cartesiana: $\pi : x - y + z - 4 = 0.$

2) Equação cartesiana; $\pi : x - 2y + 3z + 3 = 0.$ O ponto $B \in \pi$ e o ponto $C \notin \pi$.

3) Equações Paramétricas: $\begin{cases} x = 1 + 2p + q \\ y = 2 + p - q \\ z = 2 - p - 2q, \quad p, q \in \Re \end{cases}$ Fazendo $p = 1$ e $q = 0$ obteremos o ponto $(3, 3, 1)$ do plano.

4) Equação Cartesiana $\pi : -9x + y - 7z + 40 = 0.$

5) $m = 3$ e o plano não passa pela origem.
Equação cartesiana do plano que passa pela origem: $\pi : 2x - y - 3z = 0.$

6) Vetor normal unitário: $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{11}}(3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})$

Equações paramétricas: $\begin{cases} x = 1 - p \\ y = -1 - 2p + q \\ z = p + q, \qquad p, q \in \Re \end{cases}$

7) $\vec{v} = \frac{15}{\sqrt{62}}(-3\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k})$

Equação cartesiana: $\pi : -3x - 2y + 7z + 8 = 0.$

8) Equação cartesiana: $\pi : -2x + y + z + 6 = 0.$

9) $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{7}}(4\vec{i} + 2\vec{j} + \frac{4}{3}\vec{k})$

Equação cartesiana: $\pi : 6x + 3y + 2z - 6 = 0.$

11) $\pi : x - y = 0.$

12) Base ortonormal negativa: $\left\{ \frac{1}{5\sqrt{3}}(2\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}),\ \frac{1}{\sqrt{5}}(-2\vec{i} + \vec{k}),\ \frac{1}{3}(-\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}) \right\}$

13) Equações paramétricas: $\begin{cases} x = p + 2q \\ y = -p - 5q \\ z = p, \qquad p,\ q \in \Re \end{cases}$

Equação cartesiana: $\pi : 5x + 2y - 3z = 0$. O ponto B não pertence ao plano.

14) Equações paramétricas: $\begin{cases} x = 7 - 2p + q \\ y = 2 + 4p \\ z = 3 - p, \qquad p,\ q \in \Re \end{cases}$

Equação cartesiana: $\pi :\ -2y - 4z - 10 = 0$. O ponto médio $\left(6,\ 4,\ \frac{7}{2}\right)$ de AB pertence ao plano.

15) $\pi : y + 2 = 0$. A origem não pertence a esse plano.

16) $m = 3$ e $n = -4$.

17) $m = \pm 1$

18) $\pi : 9x - 3y - 4z - 20 = 0$.

19) $\begin{cases} x = 1 + 2p + q \\ y = 2 - p + 4q \\ z = 3 + 3p - q, \qquad p,\ q \in \Re \end{cases}$

20) $x = 2$.

21) a) paralelos b) paralelos c) não paralelos d) não paralelos

22) a) perpendiculares b) perpendiculares c) não perpendiculares

23) a) $L = 3$ e $m = -\frac{2}{3}$

b) $L = -\frac{10}{3}$ e $m = -\frac{6}{5}$

24) a) $m = 6$ b) $2L + m = 9$ c) $m = \frac{1}{2}$

25) Qualquer vetor obtido a partir de pontos do plano é paralelo ao próprio plano: $\vec{v} = -\vec{i} - 3\vec{k}$

26) $\begin{cases} x = 4p \\ y = 3p \\ z = p + q, \qquad p,\ q \in \Re \end{cases}$ ou $3x - 4y = 0$.

Seção 3.2.5

1) $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 2 + t, \quad t \in \Re \end{cases}$ ou $\frac{x-1}{3} = 2 - y = z - 2$

2) $r: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 3t, \quad t \in \Re \end{cases}$ ou $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{2-y}{2} = \dfrac{z-3}{3}$; $P_3 \in r,\ P_4 \notin r.$

3) $r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t, \quad t \in \Re \end{cases}$ ou $x - 1 = 2 - y = z - 3$

4) $r: x = 1 + t,\ y = \dfrac{2t-4}{5},\ z = \dfrac{9-t}{6}$

5) $r: \begin{cases} x = 2 - s \\ y = 4 \\ z = 3s, \quad s \in \Re \end{cases}$ ou $2 - x = \dfrac{z}{3};\ y = 4$

6) $r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = 2 - 2t, \quad t \in \Re \end{cases}$ ou $x - 1 = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-2}$

7) a) $\vec{v} = \dfrac{1}{\sqrt{21}}(-2\,\vec{i} + \vec{j} + 4\,\vec{k})$ b) $\vec{v} = \dfrac{1}{5\sqrt{2}}(\vec{i} - 7\,\vec{k})$

8) $r: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 - 2t, \quad t \in \Re \end{cases}$ ou $\dfrac{x-1}{-4} = \dfrac{y-2}{2};\ z = 5$

9) $r: \begin{cases} x = 4t \\ y = 16t \\ z = -14t, \quad t \in \Re \end{cases}$ ou $\dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{16} = \dfrac{z}{-14}$

10) $r: \begin{cases} x = -4t \\ y = 1 + 3t \\ z = -1 + t, \quad t \in \Re \end{cases}$ ou $\dfrac{x}{-4} = \dfrac{y-1}{3} = z + 1$

11) $r: \begin{cases} x = -1 - 4t \\ y = 1 + 4t \\ z = 0, \qquad t \in \Re \end{cases}$

12) $\pi: 2x + 4z - 4 = 0.$

13) $\pi: 2x + y + 2z - 9 = 0.$

14) $\vec{v} = \vec{u} + \vec{w} = \left(\dfrac{10}{7}\vec{i} + \dfrac{19}{14}\vec{j} + \dfrac{17}{14}\vec{k}\right) + \left(-\dfrac{3}{7}\vec{i} + \dfrac{9}{14}\vec{j} - \dfrac{3}{14}\vec{k}\right)$

15) $\pi: 8x - 5y - 17z + 16 = 0$

16) $\left\{ \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|}, \frac{\vec{b}}{\|\vec{b}\|}, \frac{\vec{c}}{\|\vec{c}\|} \right\}$ é uma base ortonormal positiva, onde $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{v} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$,

$\vec{v} = -6\vec{i} - 24\vec{j} - 12\vec{k}$

17) $r: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = -1 - t, \quad t \in \Re \end{cases}$ ou $\frac{x-1}{-1} = y - 2 = \frac{z+1}{-1}$

18) $r: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - 2t, \quad t \in \Re \end{cases}$ ou $\frac{x-2}{3} = y + 1 = \frac{z-3}{-2}$

Seção 3.3.11

1) a) concorrentes, ponto de interseção $P = (1, 0, 1)$, $(r_1, r_2) = 90^0$

b) concorrentes, ponto de interseção $P = (1, 2, 2)$, $(r_1, r_2) = arccos\left(\frac{48}{\sqrt{3154}}\right)$

c) paralelas, $(r_1, r_2) = 0^0$

d) reversas, $(r_1, r_2) = arccos\left(\frac{8}{\sqrt{145}}\right)$

e) concorrentes, ponto de interseção $P = (1, 5, 1)$, $(r_1, r_2) = arccos\left(\frac{4}{\sqrt{190}}\right)$

2) a) coincidentes, $(r_1, r_2) = 0^0$

b) concorrentes, $P = \left(\frac{7}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$, $(r, \pi) = 90^0$

c) paralelos, $(r, \pi) = 0^0$

d) paralelos, $(r, \pi) = 0^0$

3) a) concorrentes, interseção: $r: x = \frac{9}{13} + \frac{4}{13}t,\ y = -\frac{5}{13} + \frac{5}{13}t,\ z = t,\ t \in \Re$, $(\pi_1, \pi_2) = 90^0$

b) coincidentes, interseção: o próprio plano, $(\pi_1, \pi_2) = 0^0$

c) paralelos, $(\pi_1, \pi_2) = 0^0$

d) paralelos, $(\pi_1, \pi_2) = 0^0$

4) $P = (-2, 1, 1)$ b) $x = 2t,\ y = 2t,\ z = t$ c) não se interceptam d) não se interceptam

5) interseção com o plano coordenado $z = 0$: $P = (7, 9, 0)$

interseção com o plano coordenado $y = 0$: $P = \left(\frac{17}{5}, 0, \frac{9}{5}\right)$

interseção com o plano coordenado $x = 0$: $P = \left(0, -\frac{17}{2}, \frac{7}{2}\right)$

6) interseção com o plano coordenado $z = 0$: $x = \frac{5}{3} - \frac{2}{3}t,\ y = t,\ z = 0$

interseção com o plano coordenado $y = 0$: $x = \frac{5}{3} + \frac{1}{3}t,\ y = 0,\ z = t$

interseção com o plano coordenado $x = 0$: $x = 0,\ y = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}t,\ z = t$

interseção com o eixo dos x: $P = \left(\frac{5}{3}, 0, 0\right)$

interseção com o eixo dos y: $P=\left(0,\frac{5}{2},0\right)$

interseção com o eixo dos z: $P=(0,0,-5)$

7) a) $\begin{cases} x=2+3p+5q \\ y=1+2p+q \\ z=p+3q, \qquad p,q\in\Re \end{cases}$

b) $\begin{cases} x=2+3p+3q \\ y=1+2p+2q \\ z=1+q, \qquad p,q\in\Re \end{cases}$

8) a) $m = 5$

b) não tem solução

c) $m \neq 5$

9) $n = -6$ e $c = 4$; interseção: $P\ (-1,\ 1,\ 1)$

10) $r_2:\begin{cases} x=t \\ y=1+2t \\ z=0, \qquad t\in\Re \end{cases}$

b) $r_2:\begin{cases} x=2+t \\ y=2t \\ z=0, \qquad t\in\Re \end{cases}$

Seção 3.4.9

1) a) 0 b) 0 c) 0 d) 2 e) 0

2) a) 0 b) 0 c) $\frac{3}{\sqrt{101}}$ d) $\frac{10}{\sqrt{21}}$

3) a) 0 b) 0 c) $\frac{3}{\sqrt{11}}$ d) $\frac{2}{\sqrt{6}}$

4) $d(A,\pi)=\frac{4}{\sqrt{46}}$

5) $d(D,\pi)=\frac{3}{5}\sqrt{70}$

6) $r:\begin{cases} x=\frac{392}{117}+4t \\ y=\frac{1141}{117}+16t \\ z=\frac{1533}{117}-14t, \qquad t\in\Re \end{cases}$

7) a) $P = (-1, -2, 1)$ b) $P = (5, 0, 3)$ c) $P=\left(\frac{5}{3},-\frac{4}{3},\frac{5}{3}\right)$ d) $P = (-3, 0, 1)$

8) $d=\sqrt{\frac{13}{14}}$

9) $x=1-\frac{4}{35}t,\ y=\frac{4}{35}t,\ z=1-\frac{4}{35}t,\ \ t\in\Re$

10) $x=3-5t,\ y=-3-2t,\ z=1+3t,\ \ t\in\Re$

11) $3x + 2z - 1 = 0$

12) $x=1,\ y=-2+3t,\ z=1+t,\ \ t\in\Re$