

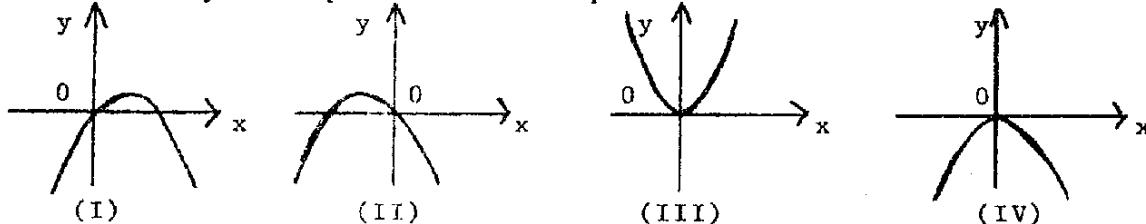


1º CONCURSO VESTIBULAR REGIONAL – 1977

M A T E M Á T I C A

Duração: 3 (três) horas.

01. Se uma parábola tem equação $y = -2x^2$, qual dos gráficos abaixo poderia ser escolhido para representar esta parábola?



- A) I B) II C) III D) IV E) nenhuma das respostas

02. Assinale V (verdadeira) ou F (falsa):

- () Toda função é uma relação.
 () Toda relação é uma função.
 () Se a relação R de A em B é uma função, então, o domínio de R é A.
 () Seja a função f de A em B; então seu conjunto imagem é subconjunto de B.

Obteve-se a sequência

- A) VFVV B) FFFF C) VVVV D) FVFF E) VFVF

03. Assinale V (verdadeira) ou F (falsa) em cada uma das seguintes proposições:

- () Se dois planos são paralelos, então as retas de um são paralelas às do outro.
 () Duas retas do espaço são sempre concorrentes, ou paralelas, ou coincidentes.
 () Se dois planos são perpendiculares, toda reta de um deles é ortogonal a qualquer reta do outro plano.
 () Por uma reta não perpendicular a um plano α passa um só plano perpendicular a α .
 () Por uma reta perpendicular a um plano α passam infinitos planos perpendiculares a α .

Obteve-se a sequência

- A) FFFFVV B) VVVFF C) FVVFF D) VFFVV E) VFVFV

04. Sejam os conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, e, f, g, h\}$ e $C = \{a, f, g\}$. Tem-se então

- A) $a \subset (B \cap C)$ B) $A \cap C = a$ C) $\{a, e\} \subset \{A, C\}$ D) $\{a, e\} \not\subset \{A \cap C\}$
 E) nenhuma das respostas

05. A solução mais geral da equação

$$C_m^5 = C_m^{m-5} \quad \text{é}$$

- A) $m \geq 6$ B) $m > 5$ C) $m \geq 5$ D) $m = 5$ E) nenhuma das respostas

06. A aplicação $f : N \rightarrow N$ definida por $f(x) = x + 1$ é

- A) injetora B) sobrejetora C) bijetora
 D) não injetora, nem sobrejetora E) nenhuma das respostas

07. O resto da divisão de $x^8 + 27x^7 + x^6 - 10x^5 + x^4 + 6x^3 + x^2 - 2x + 1$ por $x - 1$ é

- A) 1 B) -2 C) 6 D) -10 E) 27

08. Assinale nos claros C ou D, em cada caso, conforme a função seja crescente ou decrescente. Em seguida, assinale abaixo, a sequência obtida.

() $f(x) = -3x+1$

() $y = 4-2x$

() $f(x) = -4+2x$

() $y = -3x-2$

() $y = x$

A) CCCCC

B) CCDCD

C) CCDDC

D) DDCDC

E) DDDDD

09. Seja $A = \{a, b, c, d\}$. Considere a função f de A em A , definida por

$f(a) = a$, $f(b) = c$, $f(c) = a$ e $f(d) = a$. O conjunto imagem da função f é

A) $\{b, c\}$

B) $\{a, c\}$

C) $\{a, b\}$

D) $\{a, b, c\}$

E) $\{a, b, c, d\}$

10. $\sqrt{a^2 + b^2}$ é igual a

A) $|a| + |b|$

B) $\sqrt{(a-b)^2 + 2ab}$

C) $\pm a \pm b$

D) $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$

E) nenhuma das respostas

11. Seja o CUBO conforme a figura ao lado. Considere os conjuntos de pontos definidos pelas diagonais BC e AD. Pode-se afirmar que

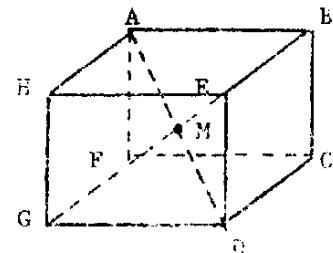
A) $AD \cup GM = BG \cap MB$

B) $BG \cap AD = M$

C) $BM \cup GM = AM \cup DM$

D) $BG \cup AD = \{M\}$

E) nenhuma das respostas



12. Sejam α um plano e R uma reta contida em α ; considere A e B , dois semiplanos de origem R . Então

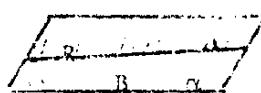
A) $A \cup \alpha = A$

B) $A \cap B = R$

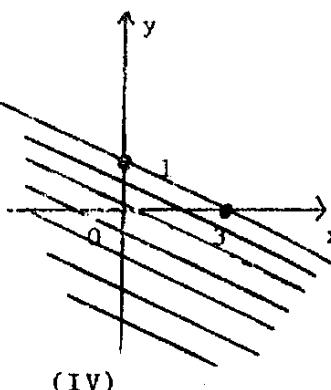
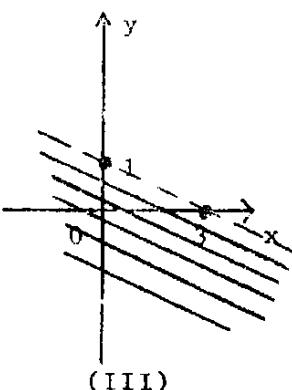
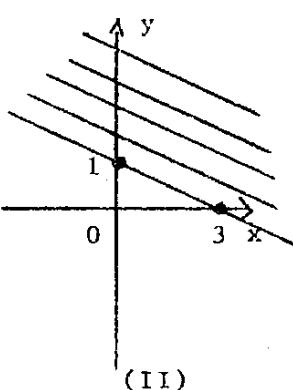
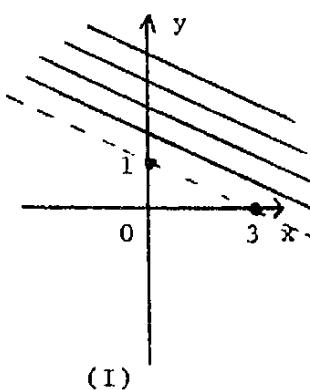
C) $A \cap \alpha = B$

D) $A \cup B = R$

E) nenhuma das respostas



13. Os pontos do plano que satisfazem à desigualdade $x+3y>3$ estão representados por hachuras no gráfico



A) I
postas

B) II

C) III

D) IV

E) nenhuma das respostas

14. Sejam as funções f e g , de \mathbb{R} em \mathbb{R} , definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = x^2$. Tem-se

- A) $f(g(x)) = x^2 - 1$ B) $g(f(x)) = x^2 + 2x + 1$ C) $f(g(x)) = 2x + 1$
 D) $g(f(x)) = x^2 + 2x$ E) nenhuma das respostas

15. O seno e o cosseno de $\frac{2\pi}{3}$ são, respectivamente, iguais a

- A) $\sin \frac{\pi}{3}$ ie $-\cos \frac{\pi}{3}$ B) $-\sin \frac{\pi}{3}$ e $\cos \frac{\pi}{3}$ C) $\sin \frac{\pi}{3}$ e $\cos \frac{\pi}{3}$
 D) $\cos \frac{\pi}{3}$ e $\sin \frac{\pi}{3}$ E) nenhuma das respostas

16. O terceiro termo de uma progressão geométrica é igual a 2 e o sétimo, 512. O quinto termo será

- A) 128 B) 64 C) 32 D) 16 E) 256

17. $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ é igual a

- A) $2 + 5\sqrt{6}$ B) $5 + 2\sqrt{6}$ C) $2 - 5\sqrt{6}$ D) $5 - 2\sqrt{6}$
 E) nenhuma das respostas

18. As soluções da equação exponencial

$$3^{(2-x)(x-4)} = 1/27$$

- A) -9 e 1 B) 2 e 1 C) 2 e -1 D) 1 e 5 E) -1 e 2

19. Um corpo, lançado a partir do solo, descreve uma parábola de equação

$y = 12x - 4x^2$. Se x e y são expressos em metros, a altura máxima obtida pelo corpo vale:

- A) 5m B) 20m C) 10m D) 9m E) nenhuma das respostas

20. Sejam as funções $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$. Suponha que f seja definida por $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ e $g(x) = x - 1$. Assim:

- A) f e g são funções constantes B) são funções identidade
 C) f e g são funções inversas D) f e g são funções iguais
 E) nenhuma das respostas

21. O determinante

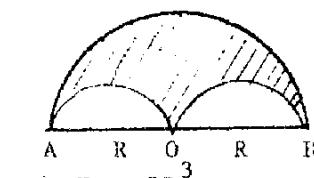
$$\begin{vmatrix} X & A & 1 \\ B & X & 1 \\ 1 & A & 1 \end{vmatrix}$$

será nulo para

- A) $A = B$ B) $X = B$ C) $X = A$ D) $X = -1$ E) nenhuma das respostas

22. Seja o semi-círculo de diâmetro AB e raio $OB=R$. Sejam, ainda, os dois semi-círculos cujos diâmetros são OA e OB . O volume obtido pelo giro, em torno de AB , da superfície compreendida pelos três semi-círculos (área em hachúrias) vale:

- A) $V = (1/3)\pi R^3$ B) $V = (4/3)\pi R^3$ C) $V = (1/6)\pi R^3$
 E) nenhuma das respostas



23. $\log_4 16$ e $\log_9 1/9$ são, respectivamente,

- A) -9 e 1 B) 2 e 1 C) 2 e -1 D) 1 e 9 E) -1 e 2

24. A razão entre a área de uma esfera e a área lateral do cilindro em que ela pode ser inscrita, é

- A) 2 B) 4/3 C) 1 D) um número irracional E) 1/3

25. Sejam as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 2 & 6 & 10 \\ 3 & 7 & 11 \\ 4 & 8 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\text{e } D = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \quad . \quad \text{A matriz } E = (CB)(DA) \text{ tem ordem}$$

- A) 4x3 B) 3x2 C) 3x4 D) 2x3 E) nenhuma das respostas

26. A expressão $2\sqrt{27} - \sqrt{75} + 3\sqrt{12}$ é igual a

- A) $2\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{12}$ C) $4\sqrt{27}$ D) $7\sqrt{3}$ E) nenhuma das respostas

27. O conjunto solução da inequação

$$\frac{x - 1}{x - 2} < \frac{x - 3}{x - 4} \quad \text{é}$$

- A) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x\}$ B) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 4\}$
C) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2 \text{ ou } x > 4\}$ D) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -3\}$
E) nenhuma das respostas

28. Uma bola de borracha cai sobre uma superfície plana de 18,2m de altura. Cada vez que cai, a bola se eleva a $2/3$ da altura da queda. Quando atingir o repouso, a bola terá percorrido verticalmente, nas quedas

- A) 5,46m B) 54,6m C) 54,2m D) 54,8m E) nenhuma das respostas

29. A equação da reta que passa pelos pontos A(2,3) e B(-1,1) é

- A) $2x+3y-5=0$ B) $2x-3y-5=0$ C) $2x-3y+5=0$ D) $2x+3y+5=0$
E) nenhuma das respostas

30. Introduz-se uma pedra em um vaso cilíndrico de 1,2m de diâmetro, em parte cheio d'água. Em consequência da imersão, a água elevou-se de 0,5m. Logo, o volume da pedra é igual a

- A) $0,20\pi m^3$ B) $0,18\pi m^3$ C) $0,22\pi m^3$ D) $0,16\pi m^3$
E) nenhuma das respostas

31. O volume de um cubo inscrito numa esfera de volume $36\pi m^3$ é

- A) $48\sqrt{3} m^3$ B) $24\sqrt{3} m^3$ C) $12\sqrt{3} m^3$ D) $6\sqrt{3} m^3$ E) $96\sqrt{3} m^3$

32. A equação da circunferência de centro C(1,2) e tangente à reta $y=x-1$ é

- A) $x^2+y^2+2x+4y+3=0$ B) $x^2+y^2-2x-4y+3=0$ C) $x^2+y^2-2x+4y+3=0$
D) $x^2+y^2-2x-4y-3=0$ E) nenhuma das respostas

33. Os valores de x compreendidos entre 0 e 2π que resolvem a equação

$$2\cos^2 x - \sin x - 1 = 0 \quad \text{são}$$

- A) $\pi/3, \pi/6$ B) $7\pi/6, \pi/3, 3\pi/4$ C) $\pi/3, 2\pi/3, \pi/4$
 D) $\pi/6, 5\pi/6, 3\pi/4$ E) nenhuma das respostas

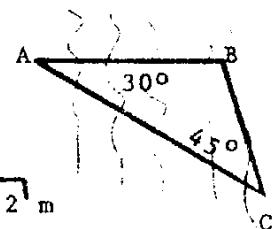
34. O centro da circunferência $x^2 - 2x + y^2 + 2y = 0$ é

- A) $(1, -1)$ B) $(1, 1)$ C) $(0, 1)$ D) $(1, 0)$ E) $(-1, 1)$

35. O seno de $\pi/12$ é igual a

- A) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$ C) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$
 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{3} - 1)$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{2} - 1)$

36. A figura mostra o trecho de um rio onde se deseja construir uma ponte AB. De um ponto C, a 100 metros de B, mediu-se o ângulo $ACB = 45$ graus; e do ponto A, o ângulo $BAC = 30$ graus.



O comprimento da ponte é:

- A) $100\sqrt{2}$ m B) $100\sqrt{3}$ m C) $25\sqrt{3}$ m D) $75\sqrt{2}$ m
 E) nenhuma das respostas

37. A soma dos coeficientes de ordem ímpar e a soma dos coeficientes de ordem par (somas em valor absoluto) do desenvolvimento de $(x-1)^m$ são iguais, respectivamente, a

- A) 2^{m-1} e 2^{m-1} B) 2^{m-1} e 2^m C) 2^m e 2^{m-1} D) 2^m e 2^m
 E) nenhuma das respostas

38. Determine os valores de k para os quais $\log_a(x^2 - 2x + k)$ existe, qualquer que seja x real. Encontra-se

- A) $k > 2$ B) $k > 1$ C) $k < 1$ D) $k < -1$
 E) nenhuma das respostas

39. O conjunto-imagem da função $f(x) = -3x^2 + 6x - 4$ é:

- A) $\{y \in \mathbb{R} | y > 2\}$ B) $\{y \in \mathbb{R} | y < 1\}$ C) $\{y \in \mathbb{R} | y \leq -1\}$
 D) $\{y \in \mathbb{R} | y > 1\}$ E) nenhuma das respostas

40. As retas $2x-y+1=0$ e $x+2y-7=0$

- A) são paralelas
 B) cortam-se no ponto $(2, 3)$
 C) são perpendiculares e se cortam no ponto $(3, 1)$
 D) cortam-se no ponto $(1, 3)$
 E) nenhuma das situações ocorre

41. Todas as raízes reais da equação $x^2 + 2\sqrt{3}x - \log_{10}m = 0$ ocorrem quando

- A) $m < 1$ B) $m > 1/3$ C) $m < 1/2$ D) $m \geq 10^{-3}$
 E) nenhuma das respostas

42. Traçam-se 4 pontos sobre uma reta R e 3 outros pontos sobre a reta S, paralela e não coincidente a R. Ligando-se 3 quaisquer desses 7 pontos, o número de triângulos obtidos é:

- A) 35 B) 10 C) 30 D) 20 E) nenhuma das respostas

43. Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}, \text{ o } \det(AA^t) \text{ é igual a:}$$

- A) $\cos^2 x - \sin^2 x$ B) -1 C) $\sin^2 x - \cos^2 x$ D) 1
E) nenhuma das respostas

44. Seja

$$A = \begin{pmatrix} \cos a & \sin a \\ \sin a & \cos a \end{pmatrix}. \text{ Então a matriz } A^2 \text{ será:}$$

- A) $\begin{pmatrix} 0 & \sin 2a \\ \cos 2a & 0 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} \sin^2 a & 1 \\ \cos^2 a & 1 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} \cos^2 a & -\sin^2 a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix} 1 & \sin 2a \\ \sin 2a & 1 \end{pmatrix}$ E) nenhuma das respostas

45. Os valores de x , compreendidos entre 0° e 90° que satisfazem à desigualdade $4\sin^2 x - 2(1+\sqrt{2})\sin x + \sqrt{2} < 0$, são os que verificam a desigualdade

- A) $0^\circ < x < 60^\circ$ B) $30^\circ < x < 45^\circ$ C) $30^\circ < x < 60^\circ$
D) $30^\circ < x < 90^\circ$ E) $0^\circ < x < 30^\circ$

46. O polinômio $px^4 + qx + 1$ é divisível por $(x-1)^2$, se

- A) $p = 1/3$ e $q = -4/3$ B) $p = -1/3$ e $q = -4/3$ C) $p = 1/3$ e $q = 4/3$
D) $p = 2/3$ e $q = 4/3$ E) nenhuma das respostas

47. Uma moeda é lançada três vezes. A probabilidade de aparecer a mesma face nos três lançamentos vale

- A) $5/8$ B) $3/4$ C) $1/8$ D) $1/4$ E) nenhuma das respostas

48. Uma urna contém duas bolas brancas e três pretas, da qual se tiram duas bolas, sucessivamente, sem reposição. A probabilidade de a primeira ser branca e a segunda, preta é igual a

- A) $3/10$ B) $1/2$ C) $2/8$ D) $5/8$ E) nenhuma das respostas

49. Dado o triângulo ABC, a que distâncias do vértice C devem ser traçadas duas paralelas ao lado AB, de modo que o triângulo ABC se decomponha em três partes de mesma área?

Observação: h é a altura do triângulo relativa ao vértice C.

- A) $h/2\sqrt{3}$ e $h\sqrt{6}/2$ B) $h/\sqrt{3}$ e $h\sqrt{6}/3$ C) $h/\sqrt{3}$ e $2h\sqrt{6}/3$
D) $2h/\sqrt{3}$ e $h\sqrt{6}/3$ E) nenhuma das respostas

50. Traça-se uma circunferência de comprimento c na superfície de um balão esférico. Aumenta-se o ar contido no mesmo de modo que seu volume se torne quatro vezes maior, obtendo-se nova circunferência de comprimento C' . A razão C/c será

- A) $1/4$ B) 4 C) $\sqrt[4]{3}$ D) $\sqrt[3]{4}$ E) nenhuma das respostas