Universidade Federal da Paraíba
Universidade Regional do Nordeste
Institutos Paraibanos de Educação

2º Concurso Vestibular Regional – 1977

MATEMÁTICA

Comissão Executiva do Concurso Vestibular

M A T E M Á T I C A

Duração: 3,00 (três) horas.

01. Sejam a e b números irracionais positivos.
Então,

a) a + b e a.b são sempre racionais.
b) a + b e a.b são sempre irracionais.
c) a + b poderá ser racional e a.b será sempre irracional.
d) a + b será sempre irracional e a.b poderá ser racional.
e) a + b poderá ser racional e a.b também poderá ser racional.

---

02. Quantos sinais diferentes podem ser feitos içando-se quatro bandeiras de côres distintas, uma após a outra ? Admite-se que os sinais podem ser de 1, 2, 3 ou 4 bandeiras.

a) 46 b) 64 c) 54 d) 45 e) 60

---

03. O campo de definição da função $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2}$ é

a) $\{x \; ; \; x \in \mathbb{R}\}$
b) $\{x \in \mathbb{R} \; ; \; 1 \leq x \leq 2\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} \; ; \; -2 \leq x \leq 1\}$
d) $\{x \in \mathbb{R} \; ; \; x \leq -2\} \cup \{x \in \mathbb{R} \; ; \; x \geq 1\}$
e) $\{x \in \mathbb{R} \; ; \; x < -2\} \cup \{x \in \mathbb{R} \; ; \; x > 1\}$

---

04. A equação $x^5 - x^4 + x^3 = 0$ tem

a) uma única raiz real
b) uma raiz tripla real
c) cinco raízes reais
d) nenhuma raiz real
e) nenhuma das respostas

---

05. Enquanto conversavam, Bosco perguntou ao Arlindo: "Quantas galinhas e coelhos tens tu?". Arlindo respondeu: "Tenho ao todo 60 cabeças e 176 pés". - Ah! então tens:

a) 33 galinhas e 27 coelhos
b) 31 galinhas e 29 coelhos
c) 32 galinhas e 28 coelhos
d) 30 galinhas e 30 coelhos
e) 34 galinhas e 26 coelhos

---

06. A união de todos os círculos de raio R, num mesmo plano, passando por um ponto fixo é

a) um ponto b) duas retas c) uma reta d) um círculo
e) o plano

07. Suponhamos que a, b e c sejam números reais não nulos.

Então a expressão $\dfrac{\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b+c}}{\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b+c}} \div \dfrac{\dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{a+c}}{\dfrac{1}{b} - \dfrac{1}{a+c}}$ é igual a

a) $\dfrac{a-b+c}{-a+b+c}$ b) $\dfrac{-a+b+c}{a-b+c}$ c) $\dfrac{a-b+c}{-a-b+c}$ d) 1 e) nenhuma das respost

---

08. Considere um quadrado de lado a. Se construirmos outro quadrado que t nha por lado a diagonal do primeiro, a diagonal do segundo será igual

a) $a\sqrt{2}$ b) $a^2\sqrt{2}$ c) $2a$ d) $2a^2$ e) nenhuma das respost

---

09. A equação $x^2+y^2-6x-4y+15=0$ representa

a) uma circunferência b) um ponto c) duas retas
d) uma parábola e) não representa nenhum lugar geométric

---

10. Lança-se uma moeda 3 vezes. A probabilidade de aparecerem apenas 2 car nos 3 lançamentos é igual a

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{3}$

---

11. O valor de x na equação

$$x\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots\right) = 120 \text{ é}$$

a) 8 b) 80 c) 800 d) 8.000 e) nenhuma das resposta

---

12. Sen $\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ e cos $\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ são iguais, respectivamente, a

a) sen x, cos x b) cos x, sen x c) - cos x, - sen x
d) cos x, - sen x e) - cos x, sen x

---

13. A equação da reta que passa pelo ponto (1,1) perpendicularmente à ret $2y-4x+3=0$ é

a) $y+2x+3=0$ b) $2y-x+3=0$ c) $y-2x-3=0$
d) $2y+x-3=0$ e) $y+2x-3=0$

---

14. O termo médio de uma progressão aritmética de 5 números, cuja soma val 25, é

a) -3 b) -1 c) 1 d) 3 e) 5

---

15. Se V é o volume de uma esfera e V' é o volume do cilindro circular reto circunscrito a esta mesma esfera, então

a) $V = \frac{1}{2} V'$ b) $V = \frac{1}{3} V'$ c) $V = \frac{\quad}{4}$.

d) $V = \frac{\sqrt{3}}{3} V'$ e) $V = \frac{2}{3} V'$

---

16. Uma urna contém 3 bolas brancas, 4 pretas e 5 vermelhas. Retira-se uma bola aleatoriamente. A probabilidade de a bola retirada ser branca ou vermelha vale

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{5}{12}$ e) $\frac{3}{4}$

---

17. Num triângulo ABC cujos ângulos são $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ supõe-se que

$2tgA = tgB+tgC$ e $0<\hat{A}<\frac{\pi}{2}$. Neste triângulo vale a relação

a) $tgB.tgC = 3$ b) $\cos(B-C) = 2\sec A$ c) $\cos(B+C) = 2\cos A$

d) $tgB.tgC = \sqrt{3}$ e) nenhuma das respostas

---

18. Seja A um arco tal que $0 < A < \frac{\pi}{2}$. Neste caso podemos afirmar que

a) $\text{sen } A + \cos A = 1$
b) $\text{sen } A + \cos A > 1$
c) $\text{sen } A + \cos A < 1$
d) $\text{sen } A + \cos A \leq 1$
e) nenhuma das respostas

---

19. Considere os seguintes conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{R};\ 1 \leq x \leq 2\}$,

$B = \{y \in \mathbb{R};\ 1 \leq y \leq 2\}$ e $C = \{y \in \mathbb{R};\ 3 \leq y \leq 4\}$.

Então, $(AxB) \cap (AxC)$ é igual a

a) $(AxB) \cup (AxC)$ b $\not\subset$ c) AxB d) AxC e) nenhuma das respostas

---

20. Assinale verdadeiro (V) ou falso (F) nas afirmativas abaixo.

( ) A matriz inversa da matriz nula é a própria matriz nula.

( ) O produto de matrizes quadradas é comutativo.

( ) Quaisquer que sejam x, y, z e s reais, $\begin{pmatrix} x & o \\ y & o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} o & o \\ z & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} o & o \\ o & o \end{pmatrix}$

( ) Se $A = \begin{pmatrix} 1 & o \\ o & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} o & 1 \\ 1 & o \end{pmatrix}$ então $(A.B)^t = B$.

( ) Se A e B são matrizes 2 x 2 então det(A.B) = det A.det B.

Preenchidos os espaços em branco, a seqüência correta é

a) FCFCF b) CCFFF c) FFCCC d) FCCFF e) FFFCC

---

21. A solução da equação $2^{x+1} - 2^{x-1} + 2^{x-2} = 14$ é

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

---

22. O algarismo das unidades do número 4^{200} é

a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) nenhuma das respostas

---

23. Para que o sistema $\begin{cases} kx + y + z = a \\ ky = b \\ x + y + kz = c \end{cases}$ onde a, b, e c são números reais, seja possível e determinado, devemos ter k diferente de

a) 0, 1, - 2
b) 0, 1, 2
c) 0, 2, - 2
d) 0, 1, - 1
e) 1, -1, 2

24. Considere os seguintes conjuntos

$A = \left\{ \left(\frac{1}{2}, y\right) ; y \in \mathbb{R} \right\}$ e $B = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} ; x^2+y^2 \leq 1 \right\}$.

Marque verdadeiro (V) ou falso (F) nas seguintes afirmativas

( ) $A \cup B$ é um círculo.
( ) $A \cap B$ é uma reta.
( ) $A \cap B$ é um segmento de reta.
( ) $(A \cup B) \cap B$ é uma reta.
( ) $A \cap B$ são dois pontos.

Preenchidos os espaços em branco a seqüência correta é

a) FFFFC b) FFFCF c) FFCFF d) FCFFF e) CFFFF

25. A condição necessária e suficiente para que o valor da função $\frac{ax^2+bx+c}{a_1x^2+b_1x+c_1}$ seja independente de x é

a) $a+b+c=a_1+b_1+c_1$
b) $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} \neq \frac{c}{c_1}$
c) $\frac{a}{a_1} \neq \frac{b}{b_1} \neq \frac{c}{c_1}$
d) $\frac{a}{a_1} \neq \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$
e) $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$

26. Para que o polinômio $P(x)=x^5-2x^4-6x^3+ax^2+bx+c$ seja divisível por $Q(x)=(x-3)(x+1)(x-1)$, devemos ter

a) a = 5, b = 8, c = -6
b) a = 5, b = -6, c = 8
c) a = -5, b = 8, c = -6
d) a = -5, b = -8, c = -6
e) a = 8, b = 5, c = -6

27. As distâncias do vértice da função quadrática $y = (x+2)(x-4)$ às retas $y = -2$ e $y = 4$ são, respectivamente

a) 1 e 2 b) 2 e 3 c) 3 e 4 d) 4 e 9 e) 7 e 13

28. A equação da circunferência que passa pelos pontos $P_1 = (0,1)$, $P_2 = (0,2)$ e $P_3 = (3,0)$ é

a) $3x^2 + 3y^2 + 11x - 9y - 6 = 0$

b) $3x^2 + 3y^2 + 11x + 9y - 6 = 0$

c) $3x^2 + 3y^2 + 11x + 9y + 6 = 0$

d) $3x^2 + 3y^2 + 11x - 9y + 6 = 0$

e) $3x^2 + 3y^2 - 11x - 9y + 6 = 0$

---

29. O conjunto dos pontos do plano compreendidos entre as funções quadráticas $y = x(2 - x)$ e $y = (-1 + x)(x - 3)$ está

a) todo no 1º quadrante

b) todo no 2º quadrante

c) todo no 1º e no 2º quadrantes

d) todo no 1º e no 4º quadrantes

e) todo no 2º e no 3º quadrantes

---

30. Se $2\, C^4_{m+1} = 7\, C^2_{m-1}$, o valor de m é

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 12

---

31. Para que a função $\log_a (x^2-4x+k)$ seja definida para todo x real, pode ser atribuído a k qualquer valor

a) maior do que $\frac{2}{3}$ b) maior do que $\frac{3}{2}$ c) maior do que $\frac{2}{9}$

d) maior do que zero e) maior do que 4

---

32. O valor de x na equação $\log_{10} 1000^x - \log_{10} (0,1)^x = -1$ é

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{4}$ c) $-\frac{2}{4}$ d) $-\frac{1}{4}$ e) $-\frac{1}{3}$

---

33. O produto

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 6 & 3 & 4 \\ 1 & 7 & 2 & 7 \\ 12 & 2 & 10 & 21 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 10 & 1 & 81 & 73 \\ 2 & 17 & 1 & 2 \\ 31 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & 3 \end{vmatrix}$$

a) zero b) 2 c) 5436 d) - 5436 e) nenhuma das respostas

---

34. A equação $|x - 5| = 3$ tem

a) uma única solução positiva

b) duas soluções positivas

c) uma solução positiva e outra negativa

d) duas soluções negativas

e) não tem solução no campo real

35. Assinale verdadeiro (V) ou falso (F) nas afirmativas abaixo.

( ) $a^0 = 1$ se e somente se a é um número real positivo.

( ) $\log_a 1 = 0$ porque $a^0 = 1$.

( ) Não existe progressão que seja aritmética e geométrica simultaneamente.

( ) O logarítimo de um número positivo é sempre positivo.

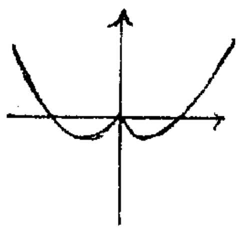
( ) Existe mais de um valor para x tal que $2^x = \frac{1}{4}$.

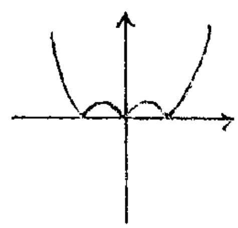
Preenchidos os espaços em branco a seqüência correta é

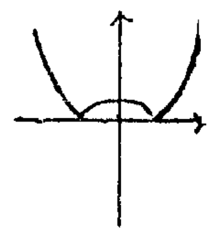
a) CCFFF b) CFFFF c) CFCFF d) FFFFF e) FCFFF

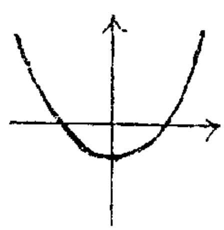
---

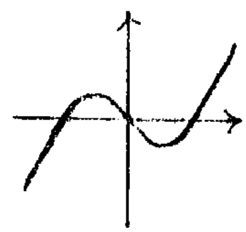
36. A representação gráfica da função $y = x^2 - |x|$ é da forma

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

---

37. É solução do sistema de equações $\begin{cases} x^y = y^x \\ x^5 = y^3 \end{cases}$

a) $x = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$ e $y = \frac{5^2}{3^2}\sqrt{\frac{5}{3}}$

b) $x = \frac{3}{5}\sqrt{\frac{5}{3}}$ e $y = \frac{3^2}{5^2}\sqrt{\frac{5}{3}}$

c) $x = \frac{3}{5}\sqrt{\frac{3}{5}}$ e $y = \frac{3^{-2}}{5^2}\sqrt{\frac{3}{5}}$

d) $x = \frac{5^2}{3^2}\sqrt{\frac{5}{3}}$ e $y = \frac{5}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$

e) $x = \frac{3^2}{5^2}\sqrt{\frac{5}{3}}$ e $y = \frac{3}{5}\sqrt{\frac{5}{3}}$

---

38. A menor distância do círculo $x^2+y^2 = 1$ à reta $y = -x+2$ é

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2} + 1$ c) $\sqrt{2} - 1$ d) $2\sqrt{2}$ e) $2 - \sqrt{2}$

39. Num triângulo equilátero de área igual a A, inscreve-se outro triângul equilátero ligando-se os pontos médios dos lados; neste triângulo, ins creve-se outro nas mesmas condições, e assim sucessivamente.
O menor número de vezes que a operação deve ser repetida para se obte um triângulo de área inferior a 100 vezes à do triângulo inicial é

a) 3 b) 4 c) 9 d) 12 e) 15

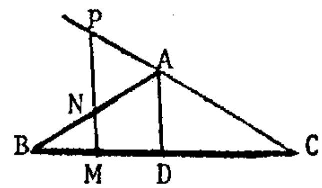
---

40. O menor ângulo formado pelas retas $3y = \sqrt{3}\ x$ e $y = \sqrt{3}\ x - 3$ é

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{2}$ d) $\frac{\pi}{4}$ e) nenhuma das respostas

---

41. Por um ponto M do lado $\overline{BC}$ de um triângulo ABC, traça-se uma paralela mediana $\overline{AD}$. Sejam N e P os pontos onde ela encontra as reta AB e CA. Fazendo M variar sobre $\overline{BC}$ podemos afirmar que $\overline{MN} + \overline{MP}$



a) diminui quando M aproxima-se de B
b) aumenta quando M aproxima-se de D
c) aumenta quando M aproxima-se de C
d) permanece constante quando M varia sobre $\overline{BC}$
e) nenhuma das respostas

---

42. Usando-se a relação $tg^2 A + 1 = sec^2 A$, calcula-se o valor de $\cos(2.\text{arctg}\frac{3}{4})$ e encontra-se que é igual a

a) $\frac{4}{5}$ b) $-\frac{7}{25}$ c) $\frac{7}{25}$ d) $\frac{24}{25}$ e) $-\frac{4}{5}$

---

43. Os vértices do quadrilátero formado pelas retas $y=2x$, $y=-2x+4$, $y=-2x$, $y=2x-4$ são

a) (0,0) , (1, 1) , (1, 2) , (2,1)
b) (1,2) , (2, 2) , (2, 1) , (1,1)
c) (0,0) , (-2, 1) , (-1, 1) , (2,0)
d) (0,0) , (1,-2) , (2, 0) , (1,2)
e) (0,0) , (-2, 1) , (0,2) , (2,2)

---

44. A solução do sistema
$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - y = 15 \end{cases}$$
onde o logarítmo é decimal, é

a) $x = 40$, $y = 25$
b) $x = 30$, $y = 15$
c) $x = 20$, $y = 5$
d) $x = 10$, $y = -5$
e) $x = 15$, $y = 0$

---

45. Sabe-se que a base da calota de uma esfera de raio unitário tem área igual à metade da área do círculo máximo da esfera e que a altura da calota é $h < 1$. Então h vale

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}-1$ c) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ d) $3-\sqrt{3}$ e) $2 - \sqrt{2}$

4.. Um dos lados de um triângulo mede 6m e o ângulo oposto a ele vale $\frac{1}{6}$ Podemos concluir que o diâmetro do círculo circunscrito ao triângulo de

a) 6m b) 15m c) 12m d) 18m e) 1

47. Para que as funções quadráticas $y=(1-x)(x-3)$ e $y=(x+2)(x-4)+k$ não cortem, podemos escolher para k o valor

a) 2 b) 4 c) 6 d) 10 e) nenhuma das respost

48. O valor que se deve atribuir a k para que a função quadrática

$y = (1 - x)\ (x - 3) + k$ tenha raízes iguais é

a) zero b) -1 c) $\sqrt{2}$ d) 2 e)

49. Seja $A = \left\{x \in \mathbb{R}\ ;\ -1 < x < 1\right\}$. Considere as funções $G: A \rightarrow A$ e $F: A$ -

definidas por $G(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ e $F(x) = \log_a \frac{1+x}{1-x}$. A função compos

$F\ (G(x))$ é igual a

a) $F^2 - F$ b) $-F$ c) F d) F^2 e) 2

50. A mediana de um triângulo qualquer é

a) igual à semi-soma dos lados adjacentes
b) menor do que a semi-soma dos lados adjacentes
c) maior do que a semi-soma dos lados adjacentes
d) 3 vezes a semi-soma dos lados adjacentes
e) nenhuma das respostas