

UFPB – PROCESSO SELETIVO SERIADO 2005
PROVA DE MATEMÁTICA DA 3ª SÉRIE
(resolvida por Lenimar N. Andrade)

- Elaboração: Antônio **Joaquim** Rodrigues Feitosa e **Frederico** de Oliveira Matias
- Revisão: **Hélio** Pires de Almeida

1) Sete garrafas de cerveja contém 7 vezes 600 ml, isto é, 4200 ml. Cada lata contém 350 ml. Logo, 4200 ml correspondem a $4200/350$ latas, ou seja, 12 latas. Portanto, a quantidade necessária de latas é 12.

2) Uma vez escolhido o sabor coco, restam 6 possibilidades de sabores para as outras duas bolas. Dessa forma, o número de possibilidades de escolhas é de $C_{6,2} = \frac{6!}{4! 2!} = 15$.

3) Na equação da circunferência, observamos que os coeficientes de x e de y são -2 e 4 , respectivamente. Dividindo-se esses valores por 2 e trocando-se os sinais obtemos 1 e -2 . Assim, concluímos que o centro da circunferência é o ponto $C(1, -2)$.

(Outra maneira de obter as coordenadas do centro é observar que a equação da circunferência pode ser escrita na forma $x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 + 4y + 4 - 4 = 3$, equivalente a $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$.)

Usando agora a fórmula da distância entre dois pontos $d_{CP} = \sqrt{(x_C - x_P)^2 + (y_C - y_P)^2}$, obtemos $d_{CP} = \sqrt{(1 - 4)^2 + (-2 + 6)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$ unidades de distância.

4) A reta t que passa pelo ponto $A(-3, 4)$ e centro $C(0, 0)$ da circunferência tem declividade (coeficiente angular) dada por $m_t = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{4}{3}$. Sendo a reta r perpendicular à reta t , a declividade de r é igual a $-\frac{1}{m_t} = \frac{3}{4}$. Daí, a equação da reta r é $y - 4 = \frac{3}{4}(x + 3)$ que é equivalente a $y = \frac{3x+25}{4}$.

A reta s é uma reta vertical que passa pelo ponto $B(5, 0)$. Logo, sua equação é $x = 5$ que substituindo na equação de r fornece $x = 5, y = 10$. Obtivemos, assim, as coordenadas do ponto P : $P(5, 10)$.

A área do triângulo ABP é dada por $\frac{1}{2}D$, onde D é o valor

$$\text{absoluto do determinante} \begin{vmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \\ 5 & 10 & 1 \end{vmatrix} = 80.$$

Portanto, a área do triângulo ABP é 40 unidades de área.

5) A equação dada é equivalente a $\frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{3!(n-3)!} = 19n + 11$, ou seja, $\frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 19n + 11$. Desenvolvendo todas as multiplicações indicadas e eliminando os denominadores, obtemos que essa equação é equivalente a $n^3 - 115n - 66 = 0$, uma equação polinomial de grau 3. O valor de n deve ser um inteiro positivo e as possíveis raízes inteiras positivas dessa equação são os divisores positivos de 66: 1, 2, 3, 6, 11, 22, 33 e 66. Por substituição direta na equação, obtemos que $n = 11$ é uma solução.

Dividindo-se $n^3 - 115n - 66$ por $n - 11$, obtemos $n^2 + 11n + 6$. Como $n^2 + 11n + 6 = 0$ não possui raízes inteiras positivas, temos que a equação dada admite apenas a solução encontrada anteriormente que é $n = 11$.

6) Dividindo por $16k$, observamos que a equação da elipse dada pode ser escrita na forma $\frac{x^2}{k} + \frac{y^2}{16} = 1$. Observando as coordenadas dos focos F_1 e F_2 , vemos que o eixo maior da elipse é horizontal e, por isso, $a^2 = k$ e $b^2 = 16$.

A distância entre os focos é de 6 unidades. Isso corresponde ao valor de $2c$. Logo, $c = 3$. Como na elipse temos a relação $a^2 = b^2 + c^2$, obtemos assim que $a^2 = 16 + 9 = 25$, ou seja, $a = 5$.

A soma dos raios focais $d_{PF_1} + d_{PF_2} = 2a = 10$. Como $d_{PF_1} = 4$, temos, finalmente, que $d_{PF_2} = 10 - 4 = 6$. Portanto, a distância de P ao foco F_2 é de 6 unidades de distância.