UFPB – PROCESSO SELETIVO SERIADO 2004
RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA DA 3ª SÉRIE

(por Lenimar N. Andrade)

- **Elaboração:** João Batista A. **Parente** e **Sérgio** A. Souza
- **Revisão: Hélio** P. Almeida
- **Equipe de correção:** J. B. **Parente**, **Sérgio** A. Souza, **Hélio** P. Almeida, **Eduardo** G. Santos, Antônio **Joaquim** R. Feitosa, **Gilmar** O. Correia, José G. **Assis**, **Lenimar** N. Andrade, **Turíbio** J. G. Santos, **Jorge** D. Filho, **Fred**erico O. Matias.
- **Comentários:** É uma prova abrangente, dentro das limitações impostas pelo regulamento do PSS. O conteúdo programático foi abordado de forma bastante acessível. Deverá cumprir bem o seu objetivo que é o de *selecionar* candidatos às vagas das instituições participantes do PSS.

1) O total de jogos realizados por cinco equipes, jogando duas a duas, é de

$$C_{5,\,2} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

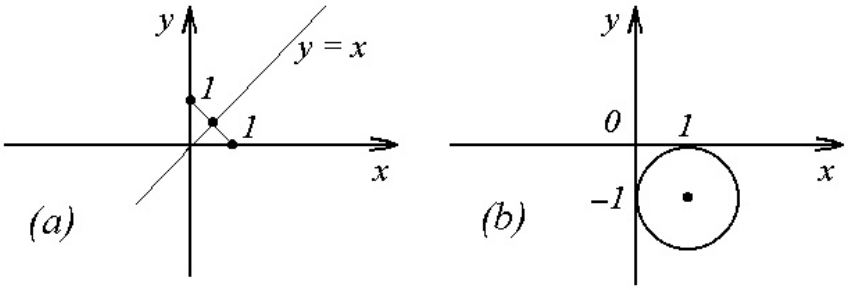
jogos. Cada equipe joga com as outras quatro equipes; logo, cada uma joga quatro vezes.

2) Representando a origem pelo ponto de coordenadas $(0, 0)$, os pontos que estão a leste (ou seja, à direita) com coordenadas positivas e os pontos a leste (à esquerda) com coordenadas negativas, temos $(20, 30)$ como sendo as coordenadas do ponto A e $(-40, 50)$ como as coordenadas de B. Daí, as coordenadas de M, o ponto médio de AB é dado por $\left(\frac{20-40}{2},\ \frac{30+50}{2}\right) = (-10,\ 40)$, ou seja, 10 m a oeste e 40 m ao norte da origem.

3) a) Sendo P a interseção de $y = x^2$ e $y = 3x$, suas coordenadas podem ser determinadas resolvendo-se a equação $x^2 = 3x$, equivalente a $x(x - 3) = 0$. Logo, as raízes da equação são $x = 0$ e $x = 3$. A raiz 0 corresponde à abscissa do ponto O e a raiz 3 é a abscissa de P, isto é, $a = 3$. Portanto, $P = (a, a^2) = (3, 9)$.

b) O triângulo formado pela união de R e S tem base medindo 3 e altura 9; logo, sua área é $3 \cdot 9/2 = 27/2$. Portanto, a área de S é igual a $27/2$ menos a área de R, ou seja, é igual a $27/2 - 9 = 9/2$ unidades de área.

4) a) Basta encontrar a mediatriz s do segmento cujas extremidades são os pontos $A = (1, 0)$ e $B = (0, 1)$. A inclinação da reta r que passa por A e B é igual a $(1 - 0)/(0 - 1) = -1$. Daí, a inclinação de s é $(-1)/(-1) = 1$. O ponto médio de AB é o ponto $\left(\frac{1+0}{2}, \frac{0+1}{2}\right) = (1/2,\ 1/2)$. Portanto, a equação da reta s é $(y - 1/2) = 1 \cdot (x - 1/2)$, ou seja, $y = x$.



Existem várias outras soluções, por exemplo, calculando-se distâncias e simplificando-se a equação $\sqrt{(x-1)^2+(y-0)^2} = \sqrt{(x-0)^2+(y-1)^2}$.

b) Trata-se de uma circunferência de raio 1 e centro no ponto $(1,-1)$ cuja equação é $(x-1)^2+(y+1)^2 = 1$.

5) Em um hexágono, dois lados distintos podem ser escolhidos de $C_{6,2} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6\cdot 5}{2} = 15$ maneiras. Como temos 3 pares de lados paralelos, a probabilidade de dois lados escolhidos serem paralelos é $3/15 = 1/5 = 20\%$.

Outra solução, mais breve, é observar que ao fixar um dos lados do hexágono, existirá 5 outras opções para a escolha de outro lado, entre os quais somente um é paralelo ao lado fixado. Portanto, a probabilidade dos lados serem paralelos é de $1/5$.

6) A equação dada pode ser escrita na forma $x^4+2x^2+1 = x^2+1$ que é equivalente a $x^4+x^2 = 0$, ou seja, $x^2(x^2+1) = 0$. Daí, ela tem as mesmas raízes que as duas equações $x^2 = 0$ e $x^2+1 = 0$. Portanto, a equação possui uma raiz real dupla igual a 0 e duas outras raízes complexas que são i e $-i$.