

Universidade Federal da Paraíba

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Programa de Doutorado em Matemática em Associação UFPB/UFCG

Programa de Pós-Graduação em Matemática

**III Workshop em Equações Diferenciais não-Lineares da
UFPB**

CADERNO DE RESUMOS

João Pessoa 20-21 de Fevereiro de 2014

Sumário

1	Abiel Macedo	2
2	Alcionio Saldanha Oliveira	2
3	Andrei Toom	2
4	Claudia Santana	4
5	Damião Araújo	4
6	Elisandra Gloss	5
7	Enrique Fernández Cara	5
8	Esteban da Siva	5
9	Flank Bezerra	6
10	Francisco Siberio Albuquerque	6
11	Giovany Figueiredo	6
12	José Fernando Aires	7
13	Manassés de Souza	7
14	Manuel Milla Miranda	7
15	Marco Aurélio Souto	8
16	Marko Rojas Medar	8
17	Mauricio Cardoso Santos	8
18	Miguel Loayza	9
19	Milton Oliveira	9
20	Minbo Yang	9
21	Olimpio Miyagaki	10
22	Pablo Braz e Silva	10
23	Ricardo Carvalho	10
24	Ricardo Costa	11

1 Abiel Macedo

Adams inequalities and extremal functions on unbounded domains

In this work we establish a sharp Adams type inequality of the scaling invariant form and prove the existence of maximizer for the associated variational problem. Using this scaling invariant inequality we prove that the Adams type inequality proved by B. Ruf, F. Sani 2013 and N. Lam, G. Lu 2012 has no extremal functions in the subcritical case on $W^{m,2}(\mathbb{R}^{2m})$, for $m \geq 2$. Moreover, in line with the Concentration Compactness Principle due to P.-L. Lions, we will obtain an improvement for Adams' exponent in the class of sequences that has no vanish weak limit in $W_0^{m,n/m}(\Omega)$.

2 Alcionio Saldanha Oliveira

Soluções positivas do tipo multi-bump para um sistema de Schrödinger-Poisson com expoente crítico

Obtemos através de métodos variacionais, multiplicidade de soluções positivas para um sistema do tipo Schrödinger-Poisson. A multiplicidade depende das propriedades do potencial que aparece no sistema.

3 Andrei Toom

Teoria dos Erodes

Imagine uma grande superfície uniforme, so com um defeito pequeno. Queremos previzar o que vai acontecer com este defeito quando o tempo avança: talvez o defeito desaparece ou talvez ele cresce ou talvez ele fica limitado. Definimos um modelo matemático deste processo.

Denotamos de Z^d o espaço discreto d -dimensional cujos elementos são chamados de *pontos*. Cada ponto pode ficar em dois estados: zero - saudavel e um - doente. Elementos do espaço $\Omega = \{0,1\}^{Z^d}$ são chamados de configurações. O tempo em nosso modelo é discreto e com cada passo de tempo cada configuração transforma-se em outra configuração seguinte uma regra local definida assim. Escolhemos vetores $v_1, \dots, v_n \in Z^d$ e uma função $f : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$. Logo cada configuração (x_v) transforma-se na configuração (y_v) , $v \in Z_d$ onde

$$y_v = f(x_{v_1}, \dots, x_{v_n}).$$

Chamemos uma configuração x de *ilha* se o conjunto $\{v : x_v = 1\}$ é finito. Dizemos que um operador P *erode* uma ilha x se existe t tal que $P^t x$ é "todos zeros". Chamemos um operador P de *erodente* se ele erode

todas ilhas. Queremos descobrir uma regra para prever se um operador é erodente ou provar que tal regra não existe.

Chamemos uma função $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ de *monotona* se

$$a_1 \leq b_1, \dots, a_n \leq b_n \implies f(a_1, \dots, a_n) \leq f(b_1, \dots, b_n)$$

A condição de monotonicidade é importante; a maioria dos resultados nesta área são obtidas sob esta condição.

Referências

- [1] G. A. Galperin. *One-dimensional automaton networks with monotonic local interaction*. Problems of Information Transmission, v. 12, n. 4, October 1975, pp. 74-87.
- [2] G. A. Galperin. *Homogeneous Local Monotone Operators with Memory*. Soviet Math. Doklady, vol. 228 (1976), pp. 277-280.
- [3] G. A. Galperin. *Rates of interaction in one-dimensional networks*. Problems of Information Transmission, v. 13, n. 1, January 1977, pp. 73-81.
- [4] M. Lima de Menezes and A. Toom. *A non-linear eroder in presence of one-sided noise*. Brazilian Journal of Probability and Statistics, v. 20, n. 1, June 2006, pp. 1-12.
- [5] N. Petri. *Unsolvability of the recognition problem for annihilating iterative networks*. Selecta Mathematica Sovietica, vol. 6 (1987), pp. 354-363.
- [6] R. T. Rockafellar *Convex Analysis*. Princeton University Press, 1970
- [7] L. H. de Santana. *Velocities a la Galperin in Continuous Spaces*. Ph.D. Thesis. Federal University of Pernambuco, Department of Mathematics, Recife, Pernambuco, Brazil, July 2012. Available at <https://www.dropbox.com/s/nylw09roakvb5qs/deSantana26fev13.pdf>.
- [8] A. Toom. *Monotonic binary cellular automata*. Problems of Information Transmission, 1976, v. 12, n. 1, pp. 33-37.
- [9] A. Toom. *Monotonic Evolutions in Real Spaces*. Locally Interacting Systems and Their Application in Biology. Ed. by R. Dobrushin, V. Kryukov and A. Toom. Lecture Notes in Mathematics, Springer, 1978, v. 653, pp. 1-14.
- [10] A. Toom. *On Critical Values for Some Random Processes with Local Interaction in \mathbb{R}^2* . In and Out of Equilibrium: Probability with a Physical Flavor. Birkhauser, 2002, pp. 309-319.

4 Claudia Santana

Solitary waves for a class of quasilinear Schrödinger equations involving vanishing potentials

João Marcos do Ó, Elisandra Gloss, Cláudia Santana

In this paper we study the existence of weak positive solutions for the following class of elliptic equation

$$-\Delta u + V(x)u - [\Delta(u^2)]u = h(u) \quad \text{in } \mathbb{R}^N,$$

where h satisfies some “mountain-pass” type assumptions and V is a nonnegative continuous function. We are interested specially when the potentials V is neither bounded away from zero, nor bounded from above. We give a special attention to the case when the potentials V may eventually vanish at infinity. Our arguments are based on penalization technics, variational methods and Moser iteration scheme.

5 Damião Araújo

Geometric approach to nonvariational singular/degenerate elliptic equations

In this work we study important geometric and analytic properties to solutions of fully nonlinear elliptic partial differential equations, both singular and degenerate types. The study of combustion processes that degenerate along the null-set of the density of a gas, a particular case of quenching problems, present in their modeling, equations described in this work. In this first part we obtain properties of a minimal solution, since the complete optimal control until the Hausdorff estimates of the singular free boundary. Ultimately, we obtain the optimal regularity to equation solutions where their diffusion property (ellipticity) deteriorate in a power of their gradient along the set where such rate of variation nullifies.

6 Elisandra Gloss

Existência de solução τ -antissimétrica para uma classe de sistemas em \mathbb{R}^3 .

Janete Gamboa, Elisandra Gloss

Estudamos uma classe de sistemas do tipo

$$\begin{cases} -\Delta u + u = |u|^2 u + \beta(x)|v|^2 u, & \text{em } \mathbb{R}^3 \\ -\Delta v + \omega^2 v = |v|^2 v + \beta(x)|u|^2 v, & \text{em } \mathbb{R}^3 \end{cases}$$

onde $\omega > 0$ $\tau : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ é uma transformação linear tal que $\tau \neq Id$ e $\tau^2 = Id$. Com condições adequadas na função β mostraremos a existência de uma solução clássica não trivial (u,v) para este problema, satisfazendo $u(\tau x) = -u(x)$ e $v(\tau x) = -v(x)$.

7 Enrique Fernández Cara

On the control of incompressible fluids

In this talk, I will present some recent results on the controllability of various systems involving incompressible fluids. First, I will consider several models of turbulent fluids. I will also deal with time optimal control and controllability problems for solidification models. Finally, I will indicate some related open questions.

8 Esteban da Siva

Soluções radiais de equações elípticas que surgem na modelagem de MEMS eletrostáticos

MEMS são micro dispositivos compostos por componentes mecânicos e eletrônicos acoplados a um chip, formando um sistema em miniatura (medindo entre 1 e 100 micrometros - mais fino que um fio de cabelo). São componentes essenciais da tecnologia atual, reponsáveis por nossos recentes avanços em telecomunicação, engenharia biomédica e exploração espacial. Atendendo ao recente interesse nas equações que modelam tais dispositivos apresentaremos resultados qualitativos das soluções do problema quase linear

$$\begin{cases} -(r^\alpha |u'|^\beta u')' = \frac{\lambda r^\gamma f(r)}{(1-u)^2}, & r \in (0, 1), \\ 0 \leq u(r) \leq 1, & r \in (0, 1), \\ u'(0) = u(1) = 0. \end{cases} \quad (P_\lambda)$$

O operador $Lu := -r^\alpha |u'|^\beta u'$ em (P_λ) aparece, e tem sido estudado, em vários contextos. Ele corresponde à forma radial dos operadores p -laplaciano e k -hessiano para escolhas apropriadas dos parâmetros α , β e γ :

Operator	α	β	γ
Laplacian	$n - 1$	0	$n - 1$
p -Laplacian ($p > 1$)	$n - 1$	$p - 2$	$n - 1$
k -Hessian	$n - k$	$k - 1$	$n - 1$

9 Flank Bezerra

Existência de atratores pullback para uma classe de equações de evolução não autônomas e não locais.

Nesta palestra trataremos da existência de atratores pullback para uma classe de equações de evolução não autônomas e não locais.

10 Francisco Siberio Albuquerque

Sobre uma classe de sistemas elípticos Hamiltonianos envolvendo potenciais ilimitados ou decaindo a zero em dimensão dois.

Nesta palestra, iremos tratar da existência de solução para uma classe de sistemas elípticos Hamiltonianos com potenciais radiais ilimitados ou decaindo a zero e não-linearidades apresentado crescimento crítico exponencial. Nossa abordagem baseia-se num procedimento de aproximação e numa versão da desigualdade de Trudinger-Moser.

11 Giovany Figueiredo

Existence and multiplicity of solutions for a prescribed mean-curvature problem with critical growth

In this work we study an existence and multiplicity result for the following prescribed mean-curvature problem with critical growth

$$\begin{cases} -\operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{\sqrt{1+|\nabla u|^2}}\right) = \lambda|u|^{q-2}u + |u|^{2^*-2}u & \text{in } \Omega \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega, \end{cases}$$

where Ω is a bounded smooth domain of \mathbb{R}^N , $N \geq 3$ and $1 < q < 2$. In order to employ variational arguments, we consider an auxiliary problem which is proved to have infinitely many solutions by genus theory. A clever estimate in the gradient of the solutions of the modified problem is necessary to recover solutions of the original one.

12 José Fernando Aires

Existência de solução para uma equação de Schrödinger quasilinear com potencial se anulando no infinito

Neste trabalho, estudamos a existência de solução positiva para a equação de Schrödinger quasilinear:

$$-\Delta u + V(x)u - \Delta(u^2)u = g(u),$$

in \mathbb{R}^N , onde $N \geq 3$, g tem um crescimento quasicrítico e V é um potencial não negativo, que pode se anular no infinito. Usamos métodos variacionais combinados com a técnica de penalização de Del Pino e Felmer e o método de iteração de Moser.

13 Manassés de Souza

A sharp inequality of Trudinger-Moser type and extremal functions in $W^{1,n}(\mathbb{R}^n)$

We derive a sharp Trudinger-Moser type inequality for the Sobolev space $W^{1,n}(\mathbb{R}^n)$. The inequality we obtain here extend the classical results and provides suitable tools for study of the critical exponential problem associated to a class of quasilinear elliptic operators which includes in particular the Laplacian and n -Laplacian.

14 Manuel Milla Miranda

On Second Order Differential with Non-Smooth Second Member

We analyze the existence and uniqueness of solutions of an initial-value problem for a second order differential equation with non-smooth second member (type wave equation with Dirac delta in the second member). The decay of solutions is also analyzed.

15 Marco Aurélio Souto

Soluções nodais para equações de Schrödinger-Poisson em domínios limitados

O método de Nehari é usado para obter soluções que mudam de sinal.

16 Marko Rojas Medar

Global Stability of large solutions to the 3D Navier-Stokes type equations

We will present some ideas on stability for some equations of fluid mechanics, for example, the classical Navier-Stokes equations, micropolar fluids, Navier-Stokes equations with variable density, fluid equations with diffusion, etc. The techniques that we use are the classical energy method together with Gagliardo-Nirenberger inequality and other classical inequalities.

Acknowledgements

The author has been partially supported by Fondecyt (Chile) 1120260, 121909 GI/C-UBB and MTM2012-32325 (Spain).

Referências

- [1] F. D. Araruna, R.R. Carvalho, M.A. Rojas-Medar, Global stability of viscous fluids in the presence of diffusion, in preparation (2014).
- [2] G. Ponce, R. Racke, T.C. Sideris, E.S. Titi, Global stability of large solutions to the 3D Navier-Stokes equations, *Commun. Math. Phys.* 159, 329-341 (1994).

17 Mauricio Cardoso Santos

Numerical null controllability of the 1D linear Schrödinger equation

We talk about the numerical approximation to boundary controls that drive the solution to the 1D linear Schrödinger equation to a prescribed state at a final time. Using ideas from Fursikov and Imanuvilov, we

consider the control that minimizes over the class of admissible controls a functional that involves weighted integrals, with weights that blow up at T . We will see that this extremal problem is equivalent to a differential problem that is fourth-order in space and second-order in time. We introduce a numerical approximation of the variational formulation by introducing appropriate space-time finite elements that are C^1 space and C^0 in time. We present two approaches; the second one relies on a change of variable which leads to better condition numbers for the stiffness matrix. The results of some experiments show the efficiency of these methods.

18 Miguel Loayza

Explosão e existência global de solução de um sistema parabólico acoplado sobre um domínio geral.

Usando técnicas de subsoluções e de aproximação monótona mostramos condições gerais para a explosão e existência global de soluções. Estas condições são dadas em termos do comportamento assintótico da solução linear do calor.

19 Milton Oliveira

Problema de Signorini para o Sistema de Mindlin-Timoshenko no caso bidimensional

Neste trabalho mostramos a existência de soluções do problema de contato para o sistema de Mindlin-Timoshenko. Essencialmente, o que fazemos é penalizar o sistema em estudo, resolver o problema penalizado associado com o esse sistema e depois fazemos a passagem do limite no problema penalizado de modo a obter a solução do problema original.

20 Minbo Yang

Existence and concentration behavior of solutions for some nonlocal problems

In this talk I will introduce some existence and concentration of solutions for the nonlinear Choquard equation. By using variational methods, we are able to obtain the existence of nontrivial solutions for

semilinear Choquard equation, weakly coupled system of Choquard equation, quasilinear Choquard equation. Part of the talk are joint work with Yanheng Ding or Claudianor O. Alves separately.

21 Olimpio Miyagaki

On a class of the nonhomogeneous eigenvalue problems and applications

In this paper we establish the existence of standing wave solutions for quasilinear Schrodinger equations involving subcritical growth at resonance. By using a change of variables, the quasilinear equation is reduced to semilinear one, which associated functional is well defined in the usual Sobolev space. The “first” eigenvalue type of a nonhomogeneous operator was studied. Using this fact and a variant of the monotone operator theorem, we show that the problem at resonance has at least one nontrivial solution.

22 Pablo Braz e Silva

Limite de viscosidade nula para fluidos assimétricos com densidade variável

Discutiremos o problema de Cauchy para as equações do movimento de fluidos assimétricos com densidade variável em \mathbb{R}^3 . Mostraremos que, quando as viscosidades tendem a zero, existe um pequeno intervalo de tempo onde as variáveis de interesse uniformemente para a solução de um problema tipo Euler.

23 Ricardo Carvalho

Sobre uma equação de onda não-linear com dissipação em espaços de Banach

Pretendemos apresentar um modelo abstrato para uma equação de onda não-linear com dissipação, estando um dos termos não-lineares da equação envolvido, sob um certo sentido, com um espaço de Banach. Para esse modelo mostraremos a existência e unicidade de solução utilizando os métodos de Galerkin e energia, respectivamente, bem como um decaimento exponencial de energia através do método da energia perturbada.

Symmetry properties for nonnegative solutions of p -Laplace-Beltrami equations in hyperbolic space

In this work we apply a version of the method of moving planes to the simplest example of manifold with negative curvature, the hyperbolic space \mathbb{H}^n . We are interested in monotonicity and symmetry properties for nonnegative solutions of elliptic equations defined in geodesic balls of \mathbb{H}^n . More precisely, let B be a geodesic ball in \mathbb{H}^n and let $u \in W^{1,p}(B) \cap L^\infty(B)$ be a sufficiently regular solution of $\Delta_p u + f(u) = 0$ in B with boundary condition $u = 0$, where Δ_p is the p -Laplace-Beltrami operator, $1 < p < \infty$, and f is a continuous nonlinearity. Then we prove local or global symmetry results for a nonnegative solutions according to the assumptions about nonlinear term f and critical set of u .