Equações Paramétricas para as Cônicas e Quádricas

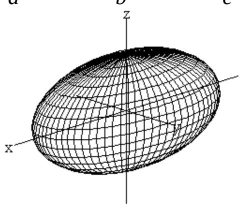
A utilização das equações paramétricas, principalmente em $\mathbb{R}^3$, facilitam o esboço dos gráficos em programas gráficos, como o Winplot, bastando para tanto escolher a opção *Equação/Paramétrica* e definir, como intervalos para os parâmetros $t \in [-3,3]$ e $u \in [0,2\pi]$ (esta escolha depende muito do tipo da equação).
Obs.: No Winplot a função $sen(x) = sin(x)$.

1 Quádricas

1.1 Elipsóide

Considerando o centro $C = (x_o, y_o, z_o)$ e o eixo de "rotação" paralelo ao eixo x, temos:

$$E : \frac{(x-x_o)^2}{a^2} + \frac{(y-y_o)^2}{b^2} + \frac{(z-z_o)^2}{c^2} = 1$$



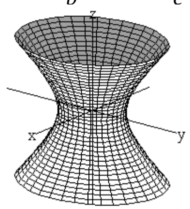
$$E : \begin{cases} x = x_o + a\cos(t)\sin(u) \\ y = y_o + b\cos(t)\cos(u) \\ z = z_o + c\sin(t) \end{cases}$$

1.2 Hiperbolóide

Considerando o centro $C = (x_o, y_o)$ e o eixo de "rotação" paralelo ao eixo z, temos:

1.2.1 de uma folha

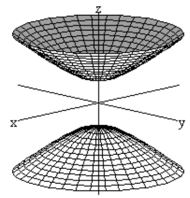
$$\frac{(x-x_o)^2}{a^2} + \frac{(y-y_o)^2}{b^2} - \frac{(z-z_o)^2}{c^2} = 1$$



$$H_1 : \begin{cases} x = x_o + a\cos(u)\sqrt{1+t^2} \\ y = y_o + b\sin(u)\sqrt{1+t^2} \\ z = z_o + ct \end{cases}$$

1.2.2 de duas folhas

$$\frac{(x-x_o)^2}{a^2} + \frac{(y-y_o)^2}{b^2} - \frac{(z-z_o)^2}{c^2} = -1$$



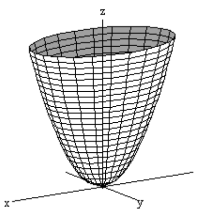
$$H_2 : \begin{cases} x = x_o + a\cos(u)\sqrt{t^2-1} \\ y = y_o + b\sin(u)\sqrt{t^2-1} \\ z = z_o + ct \end{cases}$$

1.3 Parabolóide

Considerando o vértice $V = (x_o, y_o)$ e o eixo de "rotação" paralelo ao eixo z, temos:

1.3.1 Elíptica

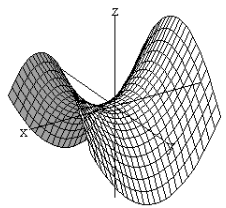
$$P_E : \frac{(x-x_o)^2}{a^2} + \frac{(y-y_o)^2}{b^2} = (z-z_o)$$



$$P_E : \begin{cases} x = x_o + a\cos(u)\sqrt{t} \\ y = y_o + b\sin(u)\sqrt{t} \\ z = z_o + t \end{cases}$$

1.3.2 Hiperbólica

$$P_H : \frac{(x-x_o)^2}{a^2} - \frac{(y-y_o)^2}{b^2} = (z-z_o)$$

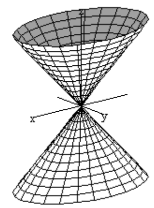


$$P_H : \begin{cases} x = x_o + at \\ y = y_o + bu \\ z = z_o + t^2 - u^2 \end{cases}$$

1.4 Cone Elíptico

Considerando o centro $C = (x_o, y_o, z_o)$ e o eixo de "rotação" paralelo ao eixo z, temos:

$$C_E : \frac{(x-x_o)^2}{a^2} + \frac{(y-y_o)^2}{b^2} = (z-z_o)^2$$



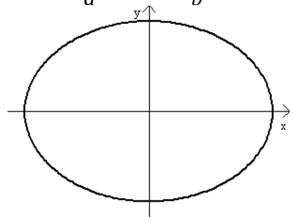
$$C_E : \begin{cases} x = x_o + at\cos(u) \\ y = y_o + bt\sin(u) \\ z = z_o + t \end{cases}$$

2 Cônicas

2.1 Elipse

Considerando o centro $C = (x_o, y_o)$ e o eixo focal paralelo ao eixo x, temos:

$$E : \frac{(x-x_o)^2}{a^2} + \frac{(y-y_o)^2}{b^2} = 1$$

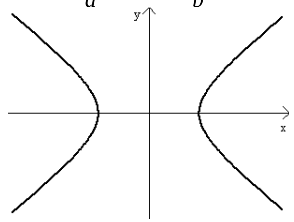


$$E : \begin{cases} x = x_o + a\cos(t) \\ y = y_o + b\sin(t) \end{cases}$$

2.2 Hipérbole

Considerando o centro $C = (x_o, y_o)$ e o eixo focal paralelo ao eixo x, temos:

$$H : \frac{(x-x_o)^2}{a^2} - \frac{(y-y_o)^2}{b^2} = 1$$

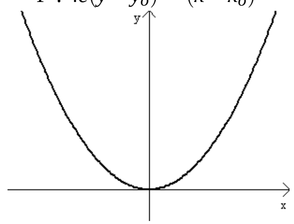


$$H : \begin{cases} x = x_o + a\sec(t) \\ y = y_o + b\tan(t) \end{cases}$$

2.3 Parábola

Considerando o vértice $V = (x_o, y_o)$ e o eixo focal paralelo ao eixo y, temos:

$$P : 4c(y-y_o) = (x-x_o)^2$$



$$P : \begin{cases} x = x_o + 2ct \\ y = y_o + ct^2 \end{cases}$$

Na home-page `http://www.mat.ufpb.br/~sergio/winplot`, tem um tutorial e mais alguns detalhes do programa Winplot.