

**ANEXO II À RESOLUÇÃO 02/2016 DO CONSEPE**

**ESTRUTURA ACADÊMICA DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
STRICTO SENSU EM MATEMÁTICA, EM NÍVEL DE MESTRADO,  
MINISTRADO  
PELO CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA**

**I – ATIVIDADES DA ESTRUTURA ACADÊMICA**

As disciplinas do Programa de Pós-Graduação em Matemática – PPGMAT serão ministradas de acordo com as áreas de concentração, segundo o Art. 1 deste Regulamento.

**A – DISCIPLINAS BÁSICAS (OBRIGATÓRIAS):**

As disciplinas do quadro A abaixo são obrigatórias e completam um total de **16 créditos**, que o aluno necessariamente deverá cumprir.

Nº	IDENTIFICAÇÃO DAS DISCIPLINAS	NÚMERO DE CRÉDITOS			CARGA HOR. (**)	DPTO. RESPONSÁVEL (*)
		TEOR	PRÁT	TOTAL		
1	Análise no $\mathbb{R}^N$	4	0	4	60	DM
2	Estruturas Algébricas	4	0	4	60	DM
3	Geometria Diferencial	4	0	4	60	DM
4	Medida e Integração	4	0	4	60	DM

**B – DISCIPLINAS AVANÇADAS (OPTATIVAS):**

O aluno deverá cumprir ao menos **8 créditos** em disciplinas optativas, indicadas nos quadros B1, B2, B3 e B4 abaixo, sendo ao menos duas disciplinas em quadros distintos.

**QUADRO B1:**

Nº	IDENTIFICAÇÃO DAS DISCIPLINAS	NÚMERO DE CRÉDITOS			CARGA HOR (**)	DPTO. RESPONSÁVEL (*)
		TEOR	PRÁT	TOTAL		
1	Álgebra Comutativa	4	0	4	60	DM
2	Teoria Algébrica dos Números	4	0	4	60	DM
3	Teoria de Galois	4	0	4	60	DM
4	Introdução à Geometria Algébrica	4	0	4	60	DM
5	Geometria Algébrica	4	0	4	60	DM
6	Tópicos Especiais de Álgebra	4	0	4	60	DM

**QUADRO B2:**

Nº	IDENTIFICAÇÃO DAS DISCIPLINAS	NÚMERO DE CRÉDITOS			CARGA HOR (**)	DPTO. RESPONSÁVEL (*)
		TEOR	PRÁT	TOTAL		
1	Equações Diferenciais Ordinárias - EDO	4	0	4	60	DM
2	Equações Diferenciais Parciais - EDP	4	0	4	60	DM

3	Introdução à Análise Funcional	4	0	4	60	DM
4	Análise Complexa	4	0	4	60	DM
5	Tópicos Especiais de Análise	4	0	4	60	DM

**QUADRO B3:**

Nº	IDENTIFICAÇÃO DAS DISCIPLINAS	NÚMERO DE CRÉDITOS			CARGA HOR (**)	DPTO. RESPONSÁVEL (*)
		TEOR	PRÁT	TOTAL		
1	Introdução às Variedades Diferenciáveis	4	0	4	60	DM
2	Introdução à Topologia Algébrica	4	0	4	60	DM
3	Introdução à Topologia Diferencial	4	0	4	60	DM
4	Geometria Riemanniana	4	0	4	60	DM
5	Tópicos Especiais de Geometria	4	0	4	60	DM

**QUADRO B4:**

Nº	IDENTIFICAÇÃO DAS DISCIPLINAS	NÚMERO DE CRÉDITOS			CARGA HOR (**)	DPTO. RESPONSÁVEL (*)
		TEOR	PRÁT	TOTAL		
1	Probabilidade	4	0	4	60	DM
2	Processos de Markov	4	0	4	60	DM
3	Processos Estocásticos	4	0	4	60	DM
4	Tópicos Especiais de Probabilidade	4	0	4	60	DM

**C - DISCIPLINAS DE NIVELAMENTO**

As disciplinas de nivelamento constantes no Quadro C podem ser oferecidas durante a Escola de Verão do PPGMAT, nos meses de janeiro e fevereiro de cada ano. Estas disciplinas destinam-se aos candidatos a ingresso no programa.

**QUADRO C:**

Nº	IDENTIFICAÇÃO DA ATIVIDADE	NÚMERO DE CRÉDITOS			CARGA HOR. (**)	DPTO. RESPONSÁVEL (*)
		TEOR	PRÁT	TOTAL		
1	Introdução à Álgebra Linear	0	0	0	60	DM
2	Topologia de Espaços Métricos	0	0	0	60	DM
3	Introdução à Análise Real	0	0	0	60	DM

**D – OUTRAS ATIVIDADES ACADÊMICAS**

O quadro abaixo lista todas as demais atividades acadêmicas previstas no curso de mestrado acadêmico do PPGMAT

**QUADRO D:**

Nº	IDENTIFICAÇÃO DA ATIVIDADE	NÚMERO DE CRÉDITOS			CARGA HOR. (**)	DPTO. RESPONSÁVEL (*)
		TEOR	PRÁT	TOTAL		
1	Estudos Especiais	2	0	2	30	DM
2	Estágio de Docência	0	1	1	30	DM

3	Exame de Capacidade de Leitura em Línguas	0	0	0	0	DM
4	Exame de Pré-Banca	0	0	0	0	DM
5	Trabalho de Dissertação	0	0	0	0	DM

## **II – EMENTÁRIO DAS DISCIPLINAS**

### **A – DISCIPLINAS BÁSICAS (OBRIGATÓRIAS):**

#### **1. Análise no $\mathbf{R}^N$**

Topologia do  $\mathbf{R}^N$ . Derivadas Parciais e direcionais. Derivadas como transformação linear. Regra da Cadeia. As classes de diferenciabilidade. A fórmula de Taylor. Teorema da Função Inversa. Teorema da Função Implícita. Formas Locais das imersões e das submersões. Superfícies. Multiplicadores de Lagrange. Integrais Múltiplas. Conjuntos de Medida Nula. Integrais Iteradas. O Teorema de Fubini. Mudança de variável em integrais múltiplas. Integral de linha; O Teorema de Green. Formas diferenciais. Integrais de superfície os Teoremas de Gauss e Stokes.

#### **2. Estruturas Algébricas**

Grupos. Subgrupos Normais. Grupo Quociente. Teoremas de Homomorfismos. Ação de um grupo sobre um Conjunto. Teoremas de Sylow; Anéis. Ideais. Anel Quociente. Anel de Frações. Localização. Anéis Noetherianos, Teorema da Base de Hilbert.

#### **3. Geometria Diferencial**

Curvas planas. Desigualdade isoperimétrica. Curvas no espaço. Curvatura e torção. Triedro de Frenet. Teorema de existência e unicidade de curvas. Superfícies. Plano tangente. Comprimento de arco. Primeira forma fundamental. Área. A aplicação normal de Gauss. Segunda forma quadrática. Direções principais. Curvatura de Gauss. Curvatura média. Linhas de curvatura. Variações de superfícies. Superfícies mínimas. Derivada covariante. O teorema Egregium de Gauss. Curvatura geodésica. Equações das geodésicas. Cálculo de geodésicas. A aplicação exponencial. O Lema de Gauss. O Teorema de Gauss-Bonnet. Geometria não euclidiana. Superfícies completas. Superfícies de curvatura constante. O quinto postulado de Euclides.

#### **4. Medida e Integração**

Teoremas de Extensão de Medidas e Integrais. Teoremas Básicos de Convergência. Medidas com Sinal. Teorema de Decomposição de Hahn-Jordan. Medidas Absolutamente Contínuas. Teorema de Decomposição de Lebesgue. Teorema de Radón-Nikodym. Espaços  $L_p$ : Propriedades básicas; dualidade. Espaços produto. Teorema de Fubini-Tonelli. Teorema de Representação de Riesz-Markov. Convergência em Medida. Relação entre Diferenciação e Integração: Teorema de Vitali; Teorema de Diferenciação de Lebesgue.

### **B – DISCIPLINAS AVANÇADAS (OPTATIVAS):**

#### **1. Álgebra Comutativa**

Anéis e módulos: ideais, ideais primos e maximais, operações, extensão e contração,

módulos, submódulos e módulos quociente, módulos finitamente gerados e seqüências exatas, produto tensorial, localização: anéis e módulos de frações. Aplicações à geometria: variedades algébricas, teorema da base de Hilbert, topologia de Zariski, decomposição de uma variedade em componentes irredutíveis, o teorema dos zeros de Hilbert, o espectro de um anel, variedades projetivas e o espectro homogêneo. Decomposição primária: o teorema da decomposição primária para anéis noetherianos. Dimensão : dimensão de Krull para espaços topológicos e anéis, cadeias de ideais primos, dimensão de álgebras afins e variedades afins, teorema de normalização de Noether, teorema do Ideal Principal de Krull.

## **2. Teoria Algébrica dos Números**

Corpos de números algébricos. Inteiros algébricos. Corpos quadráticos. Corpos ciclotômicos. Discriminante. Bases integrais. Anéis e módulos noetherianos; Domínios de Dedekind. Normas de ideais. Classes de ideais. Extensões de domínios de Dedekind. Decomposição de ideais primos. Ramificação. Decomposição em corpos quadráticos e em corpos ciclotômicos. Reciprocidade quadrática. Teorema dos dois quadrados. Teorema dos quatro quadrados.

## **3. Teoria de Galois**

Extensões algébricas, separáveis, puramente inseparáveis e normais. Teoria de Galois. Extensões ciclotômicas e cíclicas. Soluções por radicais. Construção com régua e compasso. Extensões transcendentais.

## **4. Introdução à Geometria Algébrica**

Variedades Afins. Variedades Projetivas. Morfismos. Mapas Racionais. Variedades não Singulares. Interseção no espaço Projetivo.

## **5. Geometria Algébrica**

O Spec de um anel. Propriedades de Pontos de um Spec. Pré-Feixe. Estrutura de um Pré-Feixe. Feixe. Talos. Esquemas. Propriedades de Esquemas. Morfismo Próprio e Separado. Feixe de Módulos.

## **6. Tópicos Especiais de Álgebra (TEAL)**

As disciplinas TEAL serão oferecidas por solicitação do professor Orientador, com aprovação do Colegiado, com ementas variáveis e definidas a cada oferta, a critério do Orientador.

## **7. Equações Diferenciais Ordinárias (EDO)**

Teorema de existência e unicidade. Dependência diferenciável das condições iniciais. Equações lineares. Exponencial de matrizes. Classificação dos campos lineares. Forma canônica de Jordan. Equações lineares não autônomas: solução fundamental e teorema de Liouville. Equações lineares não homogêneas. Equações com coeficientes periódicos, teorema de Floquet. Estabilidade e instabilidade assintótica de um ponto singular de uma equação autônoma. Funções de Lyapounov. Pontos fixos hiperbólicos. Enunciado do teorema de linearização de Grobman-Hartman. Fluxo associado a uma equação autônoma. Conjuntos limites. Campos gradientes. Campos Hamiltonianos. Campos no plano: órbitas periódicas e teorema de Poincaré-Bendixon. Órbitas periódicas hiperbólicas. Equação de Van der Pol.

## **8. Equações Diferenciais Parciais (EDP)**

Classificação de equações de segunda ordem em duas variáveis independentes. Problemas de condições de contorno e iniciais. O método de separação de variáveis. Séries de Fourier. Convergência da série de Fourier. Aplicação dos problemas de condução de calor em uma barra e da corda vibrante. Séries de Fourier duplas. Problemas de Dirichlet no retângulo. A transformada de Fourier. O Espaço de Schwartz. Distribuições temperadas.

## **9. Introdução à Análise Funcional.**

Espaços Vetoriais Normados. Espaços de Banach. Espaços Com Produto Interno. Espaço Quociente. Teoremas de Hahn-Banach: forma analítica e geométrica. Operadores Lineares Contínuos e seus Adjuntos. O teorema de Baire e suas conseqüências: Teorema da Limitação Uniforme, Teorema do Gráfico Fechado, Teorema da Aplicação Aberta. Topologias Fraca e Fraca\*. Teorema de Banach-Alaoglu. Espaços Reflexivos. Espaços Separáveis. Espaços de Hilbert. Conjuntos Ortonormais. Teorema da Representação de Riesz. Operadores compactos. Teoria Espectral de Operadores Compactos Auto-Adjuntos. Introdução aos Espaços de Lebesgue e aos Espaços de Sobolev.

## **10. Análise Complexa**

Seqüências e séries de funções: convergência uniforme, séries de potências. Funções analíticas: séries de potências, fórmula integral de Cauchy. Séries de Taylor e de Laurent. Singularidades. Teorema de resíduos e aplicações. Aplicações conformes. Teorema da representação conforme de Riemann. Funções Harmônicas no plano.

## **11. Tópicos Especiais de Análise (TEAN)**

As disciplinas TEAN serão oferecidas por solicitação dos professores orientadores, com aprovação do Colegiado, com ementas variáveis e definidas a cada oferta, a critério do Orientador.

## **12. Introdução às Variedades Diferenciáveis**

Espaços topológicos. Bases de uma topologia. Funções contínuas. Topologia produto. Topologia quociente. Conexidade. Axiomas de separação. Compacidade. Variedades diferenciáveis. Mudança de coordenadas. Espaços tangentes. Campos de vetores tangentes a uma variedade. Vetores normais. Orientabilidade. Vizinhança tubular. Aplicações diferenciáveis entre variedades. Imersões, mergulhos e subvariedades. Submersões e transversalidade.

## **13. Introdução à Topologia Algébrica**

Homotopia de caminhos. Grupo Fundamental. Homomorfismo induzido. Espaços de recobrimento. O grupo fundamental do círculo. Retração e pontos fixos. Retratos por deformação e tipo de homotopia. O grupo fundamental de  $S^n$ . Grupos livres. Produtos livres de grupos. Teorema de Van-Kampen. Classificação de espaços de recobrimento. Homologia simplicial. Homologia singular. Sequencias exatas e excisão. Homologia celular. Característica de Euler. Sequencias de Mayer-Vietoris.

## **14. Introdução à Topologia Diferencial.**

Homotopia e estabilidade, teorema de Sard, funções de Morse, mergulhos de variedades em espaços euclidianos, variedades com bordo, transversalidade, teorema da separação de Jordan, teorema de Borsuk-Ulam, orientação, teorema do ponto fixo de Lefschetz, campos de vetores e o teorema de Poincaré-Hopf, teorema do grau de Hopf, característica de Euler

e triangulações.

### **15. Geometria Riemanniana**

Métricas Riemannianas. Conexões: Afim; Riemanniana. Geodésicas; Vizinhanças Convexas; Propriedades Minimizantes das Geodésicas. Curvaturas: Seccional; de Ricci; Escalar. Campos de Jacobi; Pontos Conjugados. Imersões Isométricas: Segunda Forma Fundamental; As Equações Fundamentais de uma Imersão Isométrica. Variedades Completas. Teoremas de Hopf-Rinow; e Hadamard. Espaços de Curvatura Constante: Teorema de Cartan; As Formas Espaciais. Variações da Energia: Primeira e Segunda Variação da Energia; Teorema de Bonnet-Myers; Teorema de Synge-Weinstein. O Teorema de Comparação de Rauch. O Teorema do Índice de Morse. O Grupo Fundamental das Variedades de Curvatura Negativa: Existência de Geodésicas Fechadas; Teorema de Preissman. O Teorema da Esfera.

### **16. Tópicos Especiais de Geometria (TEG)**

As disciplinas TEGE serão oferecidas por solicitação dos professores orientadores, com aprovação do Colegiado, com ementas variáveis e definidas a cada oferta, a critério do Orientador.

### **17. Probabilidade**

Independência; Lei fraca dos grandes números para arranjos triangulares; Lemas de Borel-Cantelli; Convergência de séries aleatórias; Lei forte dos grandes números e recíproca; Grandes desvios para variáveis aleatórias i.i.d.'s; Convergência fraca e propriedades; Função característica e propriedades; Teorema Central do Limite (Lindeberg-Feller); Convergência para a Poisson; Teorema Central do Limite em  $\mathbb{R}^d$ ; Esperança Condicional; Tempos de Parada; Martingales em tempo discreto (convergência quase certa; convergência em  $L^1$  e convergência em  $L^p$ ); Desigualdade de Burkholder; Martingales reversos; Teorema da parada opcional. Um dos tópicos a seguir: 1. Passeios aleatórios; 2. Cadeias de Markov; 3. Introdução à teoria ergódica; 4. Introdução ao cálculo estocástico.

### **18. Processos de Markov**

Cadeias de Markov: Definição; Construção de cadeias de Markov; Propriedade forte de Markov; Recorrência e Transiência; Medidas estacionárias; Comportamento assintótico. Processos Markovianos de saltos: Definições; Probabilidades de transições regulares; Probabilidades de transições estacionárias; Construção de processos de puro saltos; Explosões; Condições no bordo e não-unicidade; Resolvente e unicidade; Estacionariedade assintótica. Processos Markovianos: Introdução à teoria de semigrupos; Definição e funções de transição; Descrição infinitesimal de processos de Markov; Obtenção de processos de Markov a partir de uma descrição infinitesimal; Medidas estacionárias; Recorrência e Transiência; Processos de Feller. Sistemas de Partículas: Motivação; Exemplos (Modelos Spin; Modelo votante; Processo de Contato); Processo de Exclusão; Processo Zero-Range; Comportamento hidrodinâmico do processo de exclusão simétrico simples e do processo zero-range.

### **19. Processos Estocásticos**

Convergência fraca de medidas em espaços métricos: Propriedades básicas, Teorema de Prohorov e compacidade relativa. Movimento Browniano: Construção da medida de Wiener e propriedades das trajetórias do Movimento Browniano. Teoria de Martingales

(tempo contínuo): Teoremas de convergência, desigualdades de Burkholder e decomposição de Doob-Meyer. Integração Estocástica para Martingales em  $L^2$ : Construção e propriedades básicas.

## **20. Tópicos Especiais de Probabilidade (TEP)**

As disciplinas TEP serão oferecidas por solicitação dos professores orientadores, com aprovação do Colegiado, com ementas variáveis e definidas a cada oferta, a critério do Orientador.

## **C – DISCIPLINAS DE NIVELAMENTO:**

### **1. Introdução à Álgebra Linear**

Espaços vetoriais. Transformações lineares. A matriz de uma transformação linear. Produto interno. A adjunta. Subespaços invariantes. Operadores: autoadjuntos, ortogonais, normais e antisimétricos. Diagonalização de operadores. Forma de Jordan.

### **2. Topologia dos Espaços Métricos**

Espaços métricos. Funções contínuas. Noções básicas de topologia. Conjuntos conexos. Espaços métricos completos e compactos. Espaços separáveis.

### **3. Análise Real.**

Conjuntos. Números Reais. Limites. Continuidade. Sequências. Séries. Derivadas. Integral.