

Universidade Federal da Paraíba
Departamento de Matemática
Cálculo II
Lista de Exercícios 6
Período 2012 - I

1. Encontre todos os pontos críticos das funções abaixo e identifique os máximos locais, mínimos locais e selas. Existem máximo e mínimo absolutos? Justifique.

(a) $f(x, y) = 2xy - 5x^2 - 2y^2 + 4x + 4y - 4$

(b) $f(x, y) = x^2 + xy + 3x - 6y + 2$

(c) $f(x, y) = 5xy - 7x^2 + 3x - 6y + 2$

(d) $f(x, y) = x^2 - 4xy + y^2 + 6y + 2$

(e) $f(x, y) = 2x^2 + 3xy + 4y^2 - 5x + 2y$

(f) $f(x, y) = x^2 - y^2 - 2x + 4y + 5$

(g) $f(x, y) = 4xy - x^4 - y^4$

(h) $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 - 1}$

(i) $f(x, y, z) = y \operatorname{sen} x$

(j) $f(x, y, z) = (x - 1)(1 - xy)$

2. Encontre os valores, máximo e mínimo absolutos, de cada função, no domínio indicado;

(a) $f(x, y) = xy - x - y + 3$ na região fechada, delimitada pelos segmentos ligando os pontos $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 4)$.

(b) $f(x, y) = 2x^2 - 4x + y^2 - 4y + 1$ na placa fechada, delimitada pelas retas $x = 0$, $y = 2$, $y = 2x$.

(c) $f(x, y) = x^2 + y^2$ na região fechada, delimitada pelas retas $x = 0$, $y = 0$, $y + 2x = 2$, no primeiro quadrante.

(d) $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 6x + 2$ na região fechada, dada por $0 \leq x \leq 5$, $-3 \leq y \leq 0$.

(e) $f(x, y) = (4x - x^2) \cos x$, na região $1 \leq x \leq 3$, $-\pi/4 \leq y \leq \pi/4$.

3. Determine números x e y , com $x \leq y$, tais que

$$\int_x^y (6 - t - t^2) dt,$$

tenha valor máximo.

4. Ache a distância mais curta entre os pontos das retas $\frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{-7} = z+1$ e $\frac{x-2}{-2} = y-1 = \frac{z-2}{-3}$.

5. Encontre números positivos, x , y , z , tais que $x + y + z = 18$ e xyz seja máximo.
(R. $x = y = z = 6$)
6. Ache o ponto no plano $2x - y + 2z = 16$, mais próximo da origem. (R. $(32/9, -16/9, 32/9)$) ■
7. Calcule o gradiente de cada função, no ponto indicado:
- (a) $f(x, y) = y - x$, $(2, 1)$
 - (b) $f(x, y) = y - x^2$, $(-1, 0)$
 - (c) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z \ln x$, $(1, 1, 1)$
 - (d) $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \ln(xyz)$, $(-1, 2, -2)$
8. Em cada item abaixo, calcule $D_{\vec{v}}f(P)$:
- (a) $f(x, y) = 2xy - 3y^2$, $P = (5, 5)$, $\vec{v} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$.
 - (b) $f(x, y) = 2x^2 + y^2$, $P = (-1, 1)$, $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.
 - (c) $f(x, y) = x - \frac{y^2}{x} + \sqrt{3} \sec^{-1}(2xy)$, $P = (1, 1)$, $\vec{v} = 12\vec{i} + 5\vec{j}$.
 - (d) $f(x, y, z) = xy + yz + zx$, $P = (1, -1, 2)$, $\vec{v} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}$.