

UFPB/CCEN/Departamento de Matemática
Fundamento de Matemática - 2013.2
2ª Lista de Exercícios

1. Encontre o conjunto solução das seguintes desigualdades:

- a) $|1 - 3x| < 5$;
- b) $|x^2 + 3| > 3$;
- c) $|x^2| < 9$;
- d) $x^2 > -1$;
- e) $x^2 < 6x - 5$;
- f) $\frac{x^2}{x-2} - 1 < \frac{x^2 + 3}{x^2 - 4}$;
- g) $x^2 + 2x + 2 > 0$;

2. Determine os vértices de cada uma das parábolas abaixo e encontre suas respectivas representações geométricas (gráficos):

- a) $y^2 = x$
- b) $y = -x^2$;
- c) $y^2 - 4y - 4y = 0$;

3. Classifique as funções abaixo em constante; linear; polinomial; racional; qualquer:

- a) $f(x) = x^5 + x^4 - 3x^2$; $x \in \mathbb{R}$;
- b) $f(x) = x - 3$; $x \in \mathbb{R}$; $x \in \mathbb{R}$;
- c) $f(x) = \frac{3x^2 + 3}{x^2 + 1}$; $x \in \mathbb{R}$;
- d) $f(x) = 3 - 2x$; $x \in \mathbb{R}$;
- e) $f(x) = c$, $x \in \mathbb{R}$;

4.

a) Existe alguma simetria na representação geométrica do gráfico de uma função par? Qual? O que acontece para uma função ímpar?

b) Quais das seguintes funções abaixo são pares e quais são ímpares:

- a) $f(x) = x^3$;
- b) $f(x) = |x|$;
- c) $f(x) = x(x^3 - x)$;
- d) $f(x) = x^4 + x^2$
- e) $f(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 1}$

f) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1};$

g) $f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 1};$

h) $f(x) = \frac{x}{x + 1};$

i) $f(x) = x|x|;$

j) $f(x) = 1 + 3x^2 - x^4;$

l) $f(x) = 1 + 3x^3 - x^5.$

5. Seja $f(x) = 3x^2 - x + 2$, encontre $f(2)$, $f(-2)$, $f(a)$, $f(-a)$, $f(a + 1)$, $2f(a)$, $f(2a)$, $f(a^2)$, $[f(a)]^2$ e $f(a + h)$.

6. Calcule $\frac{f(a + h) - f(a)}{h}$ (o quociente das diferenças) da função dada. Simplifique a resposta.

a) $f(x) = 4 + 3x - x^2;$

b) $f(x) = x^3;$

c) $f(x) = \frac{1}{x};$

d) $f(x) = \frac{x + 3}{x + 1}$

7. Encontre o domínio da função:

a) $f(x) = \frac{x}{3x - 1};$

b) $f(x) = \frac{5x + 4}{x^2 + 3x + 2};$

c) $f(t) = \sqrt{t} + \sqrt[3]{t};$

d) $g(u) = \sqrt{u} + \sqrt{4 - u};$

e) $h(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x^2 - 5x}}.$

8. Encontre o domínio, imagem e esboce o gráfico.

a) $f(x) = 1.223;$

b) $f(t) = t^2 - 6t;$

c) $H(t) = \frac{4 - t^2}{2 - t};$

d) $g(x) = \sqrt{x - 5};$

e) $F(x) = |2x + 1|;$

f) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{se } x < 0 \\ 1 - x, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

g) $f(x) = \begin{cases} 3 - \frac{1}{2}x, & \text{se } x \leq 2 \\ 2x - 5, & \text{se } x > 2 \end{cases}$

$$\text{h)} \quad f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{se } x \leq -1 \\ x^2, & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

$$\text{i)} \quad f(x) = \begin{cases} x+9, & \text{se } x < -3 \\ -2x, & \text{se } |x| \leq 3 \\ -6, & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

$$\text{j)} \quad f(x) = |x+1| - |x+2|$$

$$\text{l)} \quad f(x) = |x^2 - 1|$$

9. Consideremos as funções $[x]$ = maior inteiro menor ou igual a x e $\{x\}$ = distância de x ao inteiro mais próximo. Encontre a representação geométrica do gráfico das seguintes funções:

$$\text{a)} \quad f(x) = \{x\};$$

$$\text{b)} \quad f(x) = [x];$$

$$\text{c)} \quad f(x) = x - [x];$$

$$\text{d)} \quad f(x) = \frac{1}{4}\{4x\}.$$

$$\text{e)} \quad \text{Determine o período mínimo de } f(x) = x - [x].$$

10. Encontre uma expressão para a função cujo gráfico é a curva dada.

$$\text{a)} \quad \text{O segmento de reta unindo os pontos } (1, -3) \text{ e } (5, 7);$$

$$\text{b)} \quad \text{O segmento de reta unindo os pontos } (-5, 10) \text{ e } (7, -10);$$

$$\text{c)} \quad \text{A metade superior do círculo } x^2 + (y-2)^2 = 4;$$

11.

a) Quando uma função é injetora? Como caracterizar a injetividade de uma função analisando a representação geométrica do seu gráfico?.

b) Quando uma função é sobrejetora? Como caracterizar a sobrejetividade de uma função analisando a representação geométrica do seu gráfico?

c) Quando uma função é bijetora? Como caracterizar a bijetividade de uma função analisando a representação geométrica do seu gráfico?.

12. Em cada um dos itens abaixo diga se a função é injetora, sobrejetora, bijetora:

$$\text{a)} \quad f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ dada por } f(x) = 5x + 1;$$

$$\text{c)} \quad f: [0, \infty) \rightarrow [4, \infty) \text{ dada por } f(x) = x^2 + 4.$$

$$\text{d)} \quad f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R} \text{ dada por } f(x) = x^2 + 4, x \in \mathbb{R}.$$

13. Determine o domínio e imagem para que as seguintes funções admitem inversa. Em seguida, determine a inversa das funções:

$$\text{a)} \quad f(x) = 1 + 3x;$$

$$\text{b)} \quad f(x) = x^2;$$

$$\text{c)} \quad f(x) = x^3 + 2.$$

Observação: Para achar a função inversa:

1. Escreva $y = f(x)$.
 2. Resolva essa equação para x em termos de y .
 3. Troque x por y para expressar f^{-1} como função de x .
14. Esboce o gráfico da função $f(x) = \sqrt{-x-1}$ e de sua inversa.
15. Esboce o gráfico das funções exponenciais $f(x) = 2^x$ e $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.
16. Um retângulo tem perímetro de 20 metros. Expresse a área do retângulo como uma função do comprimento de um de seus lados.
17. Um retângulo tem uma área $16m^2$. Expresse o perímetro do retângulo como uma função do comprimento de um dos seus lados.
18. Expresse a área do triângulo equilátero como a função do comprimento de um dos seus lados.
19. Uma companhia de táxi cobra \$2 dólares pelo primeiro quilômetro (ou parte de quilômetro) e 20 centavos a cada décimo de quilômetro adicional (ou parte disso). Expresse o custo C de uma corrida como uma função da distância percorrida x em quilômetros para $0 < x < 2$ e esboce o gráfico desta função.
20. Em um certo país, o imposto de renda é taxado da seguinte maneira. Não há taxa para rendimentos até \$10000. Qualquer renda acima de \$10000 e abaixo de \$20000 é taxada em 10%. Qualquer renda acima de \$20000 é taxada em 15%.
- a) Esboce o gráfico da taxa de impostos R como uma função da renda I .
 - b) Qual o imposto cobrado em um rendimento de \$14000? E sobre \$26000?
 - c) Esboce o gráfico do imposto total cobrado T como uma função da renda I .
21. Encontre $f + g$, $f - g$, fg e f/g e defina seus domínios.
- a) $f(x) = x^3 + 2x^2$ e $g(x) = 3x^2 - 1$
 - b) $f(x) = \sqrt{3-x}$ e $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$
22. Encontre as funções $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$. Determine seus domínios.
- a) $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = 2x + 1$;
 - b) $f(x) = x - 2$, $g(x) = x^2 + 3x + 4$;
 - c) $f(x) = 1 - 3x$, $g(x) = \cos(x)$;
 - d) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt[3]{1-x}$;
 - e) $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $g(x) = \frac{x+1}{x+2}$;
 - f) $f(x) = \frac{x}{1+x}$, $g(x) = \sin(2x)$;
23. Encontre $f \circ g \circ h$.
- a) $f(x) = x + 1$, $g(x) = 2x$, $h(x) = x - 1$;

b) $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x^2$, $h(x) = 1 - x$;

c) $f(x) = \sqrt{x-3}$, $g(x) = x^2$, $h(x) = x^3 + 2$;

d) $f(x) = tg(x)$, $g(x) = \frac{x}{x-1}$, $h(x) = \sqrt[3]{x}$;

24. Expresse na forma $f \circ g$.

a) $F(x) = (x^2 + 1)^{10}$;

b) $F(x) = \text{sen}(\sqrt{x})$;

c) $F(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}}$;

d) $G(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{1+x}}$;

e) $u(t) = \sqrt{\cos(t)}$;

f) $u(t) = \frac{tg(t)}{1 + tg(t)}$;