

UFPB/CCEN/Departamento de Matemática  
Cálculo Diferencial e Integral I - 2013.2  
4ª Lista de Exercícios

1. Explique com suas palavras o significado da equação

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5.$$

É possível que a equação anterior seja verdadeira mas que  $f(2) = 3$ ? Explique.

2.

- a) O que há de errado com a equação a seguir?

$$\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3.$$

- b) Em vista de (a), explique por que a equação

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 3).$$

3. Se  $f$  e  $g$  forem contínuas, com  $f(3) = 5$  e  $\lim_{x \rightarrow 3} [2f(x) - g(x)] = 4$ , encontre  $g(3)$ .

4. Calcule os seguintes limites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{5};$

n)  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + 1)(1 - 2x)^2;$

b)  $\lim_{x \rightarrow 6} = \left(\frac{x}{4} + 3\right);$

o)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 3}{x + 1};$

c)  $\lim_{x \rightarrow -5} 4 - \frac{3x}{5};$

p)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x + 3}{x - 3};$

d)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3};$

q)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1};$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2;$

r)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 5};$

f)  $\lim_{x \rightarrow 2} 3x^2 - 5x + 2;$

s)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 61}{x - 2};$

g)  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 1);$

t)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x + 1)(x - 4)}{(x - 1)(x - 4)};$

h)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^3;$

u)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x^2 - 1)}{x^2};$

i)  $\lim_{x \rightarrow -1} x^3 - 2x^2 + x - 3;$

v)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4};$

j)  $\lim_{x \rightarrow 0} |x|;$

l)  $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x};$

x)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$

m)  $\lim_{x \rightarrow 3} (x - 1)^2(x + 1);$

5. Esboce o gráfico de um exemplo de uma função  $f$  que satisfaça as condições dadas:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$ ;  
b)  $f(2) = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ ,  $f(0)$  não está definida;  
c)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 4$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$ ,  $f(3) = 3$ ,  $f(-2) = 1$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = -3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$ ,  $f(1) = 1$ ,  $f(4) = -1$ ;

6. Esboce o gráfico da função a seguir e use-o para determinar os valores de  $p$  para os quais  $\lim_{x \rightarrow p} f(x)$  existe:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & \text{se } x < -1 \\ x, & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ (x - 1)^2, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

7. Dado que

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4 \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -2 \quad \lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 0$$

encontre, se existir, o limite. Caso não exista explique o por quê.

- a)  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + 5g(x)]$ ;  
b)  $\lim_{x \rightarrow 2} [g(x)]^3$ ;  
c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3f(x)}{g(x)}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{h(x)}$ ;  
e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)h(x)}{f(x)}$ ;

8. Calcule os seguintes limites laterais:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 4^+} (3x^2 - 9)$ ;  
b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} = x(2 - x)$ ;  
c)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{3x - 9}$ ;  
d)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{4 - 2x}$ ;  
e)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + 3}{x + 2}$ ;  
f)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 4}{x - 2}$ ;  
g)  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 1)$ ;  
h)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x - \sqrt{x}$ ;  
i)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - \sqrt{x}}{x - 1}$ ;  
j)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x + 1} - 2}{x - 3}$ ;  
l)  $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{\sqrt{2x - 1} - 3}{x - 5}$ ;  
m)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$  onde  

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x, & \text{para } x < 3 \\ 3 - x, & \text{para } x \leq 3 \end{cases}$$
;  
o)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  onde  

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x - 1}, & \text{para } x < -1 \\ x^2 + 2x, & \text{para } x \leq -1 \end{cases}$$
;

9. Calcule os limites justificando as passagens com as Propriedades dos Limites que foram dadas:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 4} (5x^2 - 2x + 3)$ ;
- b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-2}{x^2+4x-3}$ ;
- c)  $\lim_{x \rightarrow 8} (1 + \sqrt[3]{x})(2 - 6x^2 + x^3)$ ;
- d)  $\lim_{x \rightarrow -1} (t^2 + 1)^3(t + 3)^5$ ;
- e)  $\lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{1+3x}{1+4x^2+3x^4} \right)^3$ ;

10. Verifique se a função dada é contínua no ponto dado:

- a)  $f(x) = 5x^2 - 6x + 1$  onde  $x = 2$ ;
- b)  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 5$  em  $x = 0$ ;
- c)  $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$  em  $x = 1$ ;
- d)  $f(x) = \frac{2x-4}{3x-2}$  em  $x = 2$ ;
- e)  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  em  $x = 1$ ;
- f)  $f(x) = \frac{2x+1}{3x-6}$  em  $x = 2$ ;
- g)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$  em  $x = 2$ ;
- h)  $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{para } x \leq 2 \\ 2, & \text{para } x > 2 \end{cases}$  em  $x = 2$ .
- i)  $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{para } x < 0 \\ x-1, & \text{para } x \leq 0 \end{cases}$  em  $x = 0$ .
- j)  $f(x) = \begin{cases} x^2+1, & \text{para } x \leq 3 \\ 2x+4, & \text{para } x > 3 \end{cases}$  em  $x = 3$ .
- l)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x^2-3}, & \text{para } x < -1 \\ 2, & \text{para } x \geq -1 \end{cases}$  em  $x = -1$ .

11. Determine todos os valores de  $x$  para os quais a função dada não é contínua:

- a)  $f(x) = 3x^2 - 6x + 9$ ;
- b)  $f(x) = x^5 - 2x^3$ ;
- c)  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ;
- d)  $f(x) = \frac{3x+3}{3x-2}$ ;
- e)  $f(x) = \frac{x+1}{x+1}$ ;
- f)  $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ ;
- g)  $f(x) = \frac{3x-2}{(x+3)(x-6)}$ ;
- h)  $f(x) = \frac{x}{(x+5)(x-1)}$ ;
- i)  $f(x) = \frac{x}{(x^2-x)}$ ;
- j)  $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{(x^2-x-2)}$ ;
- l)  $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & \text{para } x \leq 1 \\ 6x-1, & \text{para } x > 1 \end{cases}$ ;
- m)  $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{para } x \leq 2 \\ 9, & \text{para } x > 2 \end{cases}$ ;
- n)  $f(x) = \begin{cases} 3x-2, & \text{para } x < 0 \\ x^2+x, & \text{para } x \geq 0 \end{cases}$ ;
- o)  $f(x) = \begin{cases} 2-3x, & \text{para } x \leq -1 \\ x^2-x+3, & \text{para } x > -1 \end{cases}$ .

12. Use a definição de continuidade e propriedades dos limites para demonstrar que a função é contínua em um número dado  $a$ .

- a)  $f(x) = x^2 + \sqrt{7-x}$ ,  $a = 4$ .

**b)**  $f(x) = (x + 2x^3)^4$ ,  $a = -1$ .

**c)**  $h(t) = \frac{2t - 3t^2}{1 + t^3}$ ,  $a = 1$ .

**13.** Use a definição de continuidade e propriedades operatórias de limites para mostrar que a função é contínua no intervalo dado.

**a)**  $f(x) = \frac{2x + 3}{x - 2}$ ,  $(2, \infty)$ ;

**b)**  $g(x) = 2\sqrt{3 - x}$ ,  $(-\infty, 3]$ .