

CÁLCULO VETORIAL E GEOMETRIA ANALÍTICA

PROVA DE SELEÇÃO DE MONITORES

EM 25 de março de 1996

Nome do candidato : \_\_\_\_\_

Questões

1. Mostre, usando vetores, que as diagonais de um paralelogramo se cortam ao meio.
2. Os vetores  $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$  e  $\vec{c} = -3\vec{i} + 9\vec{j} - \vec{k}$  formam uma base ortogonal? Se sua resposta for afirmativa ache, a partir dela, uma base ortonormal e as coordenadas do vetor  $\vec{v} = 3\vec{i} + 11\vec{j} - \vec{k}$  em relação a esta última.
3. Dados os vetores  $\vec{a} = (1, 1, 2)$  e  $\vec{b} = (-1, 2, -1)$  determine:
  - a) a área do paralelogramo determinado por  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ .
  - b) o volume do paralelepípedo determinado por  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{a} \times \vec{b}$ .
4. Escreva a equação cartesiana do plano que passa pelo ponto  $(3, 0, 4)$  e é perpendicular aos planos  $2x - y - z = 0$  e  $x + 3y - z + 12 = 0$ .
5. Determine as equações da reta que passa pelos pontos  $A = (2, -1, 4)$  e  $B = (x_0, y_0, z_0)$ , onde  $B$  é o ponto de interseção das retas de equações  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{-2}$  e  $x = 3t$ ,  $y = 1 + 2t$ ,  $z = 2 + t$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .
6. A reta  $r$  passa pelo ponto  $P_0 = (1, 2, 5)$  e é paralela à reta que contém os pontos  $A = (3, 0, 1)$  e  $B = (-1, 2, 1)$ . Escreva suas equações.
7. Discuta e determine a interseção dos planos:
 
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 2y + z = 1 \\ x + y + 3z = 2 \end{cases}$$
8. Determine a distância entre as retas  $r_1 : x = 1 - t, y = 2 + 3t, z = t$  e  $r_2 : x = 2s, y = 5, z = 3 - s$ . Estas retas são paralelas, coincidentes, concorrentes ou reversas?
9. Escreva a equação da elipse centrada no ponto  $C = (-1, 1)$  sabendo-se que o seu eixo focal é vertical, mede 8 unidades e o seu eixo transversal mede 6 unidades. Esboce o gráfico.
10. Identifique as superfícies e esboce os seus gráficos. Diga, em cada caso, se é de revolução ou não.
  - a)  $3x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 6x - 4y - 1 = 0$
  - b)  $y - x^2 + 2x - 3 = 0$
  - c)  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{8} = 1$
  - d)  $-\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} - z = 0$
  - e)  $y - 2x + 1 = 0$