

17/08/98 – UFPB – CCEN – DM

Aluno: _____ Mat: _____

2ª Prova de Cálculo II (manhã)

1. Seja $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

(a) Mostre que f é contínua em $(0, 0)$.

(b) Calcule $f_x(0, 0)$ e $f_y(0, 0)$.

(c) Verifique se f é diferenciável em $(0, 0)$.

2. Mostre que a função $u(x, t) = \log(x - ct) + \exp(x + ct)$, onde c é uma constante, satisfaz a equação linear de ondas:

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$$

3. Usando o Teorema Fundamental do Cálculo e a regra da cadeia obtenha f_x ou f_y , se

$$f(x, y) = \int_{xy}^{\frac{xy}{x^2+y^2}} \exp(\cos t) dt$$

4. A superfície de um lago é representada por uma região D no plano xy , de modo que a profundidade sob o ponto (x, y) é dada por $f(x, y) = 300 - 2x^2 - 3y^2$. Em que direção deve navegar um bote, localizado no ponto $P_0 = (4, 9)$, para que a profundidade da água aumente mais rapidamente?
5. Determine a equação do plano tangente à superfície $z = 2e^{-x} \cos y$, no ponto $P_0 = (0, \frac{\pi}{3}, 1)$.

17/08/98 – UFPB – CCEN – DM

Aluno: _____ Mat: _____

2ª Prova de Cálculo II (tarde)

1. Seja $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

(a) Obtenha $f_x(x, y)$ e $f_y(x, y)$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

(b) Mostre que f é diferenciável em $(0, 0)$.

2. Mostre que a função $u(x, t) = \exp(-c^2 t) \cdot \sin(cx)$, onde c é uma constante, satisfaz a equação de transmissão do calor $u_t - u_{xx} = 0$.

3. Usando o Teorema Fundamental do Cálculo e a regra da cadeia obtenha f_x ou f_y , se

$$f(x, y) = \int_{x+y}^{\frac{x^2+y^2}{x+y}} \log(\sin t) dt.$$

4. A temperatura T em (x, y, z) é dada por $T(x, y, z) = 4x^2 - y^2 + 16z^2$.

(a) Ache a taxa de variação de T em $P_0 = (4, -2, 1)$, na direção do vetor $2\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}$.

(b) Em que direção T aumenta mais rapidamente em P_0 ?

5. Mostre que toda reta normal a uma dada esfera passa pelo seu centro.