CÁLCULO II - 2ª VERIFICAÇÃO - 28/4/73 - TURMA { □ 7 □ 8 □ 13

NOME: ______________________ Nº ________

① Ache os pontos críticos da função
$$f(x,y) = x^3 - 12xy + y^3$$
e classifique os pontos obtidos.

② Dado o ponto $(2,2,3)$ da superfície $z = \sqrt{x^2+y^2+1}$ ache o plano tangente e a reta normal à superfície no ponto dado.

③ Ache, caso exista, o plano normal à curva $x(t) = t^2$, $y(t) = -2t$, $z(t) = 2t$ que passa no ponto $(-1,1,1)$. NOTE QUE O PONTO NÃO PERTENCE À CURVA!!!...

④ Ache os máximos e mínimos da função $f(x,y,z) = 2x^3 + xy^2 - xz$, submetida à condição $\begin{cases} x^2+y^2=4 \\ z^2=9 \end{cases}$

⑤ Demonstre: Se $B^2 - AC > 0$ o ponto é de sela.

⑥ Admita a existência e a diferenciabilidade de uma função $z = \varphi(x,y)$ definida implicitamente por $\begin{cases} F(x,y,z,w) = 0 \\ G(x,y,z,w) = 0 \end{cases}$. Deduza então a fórmula de $\frac{\partial z}{\partial x}$ em função de Jacobianos convenientes.

⑦ Seja a transformação $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\,\text{sen}\,\theta \end{cases}$
Suponha-se conhecida uma função $f(r,\theta)$ e suas derivadas parciais em relação a r e θ. Ache a expressão de $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$ em função delas.

⑧ Seja f uma função de x e y tal que $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{4}{3}\frac{\partial f}{\partial x}$
ⓐ Ache o valor máximo da derivada direcional num ponto qualquer, porém fixo, em função de $\frac{\partial f}{\partial x}$
ⓑ Se $\vec{v}$ forma $60°$ com ∇f, achar $\nabla_{\vec{v}} f$.
ⓒ Mostre que a direção e o sentido de ∇f não dependem, neste caso, do ponto (x,y).