

UEPB - C.C.E.N. - Departamento de Matemática.  
Álgebra Linear e Geometria Analítica - 3ª Prova.  
Aluno(a) \_\_\_\_\_

Matrícula nº \_\_\_\_\_ Período 86.1

1. Em  $V = \mathcal{P}_2$  determine uma base para o complemento ortogonal de  $W = \{1, x\}$  em relação ao produto interno:  $\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^1 f(x) \cdot g(x) dx$ ,  $f(x), g(x) \in \mathcal{P}_2$ .
2. Verifique se o operador  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definido por  $T(x, y, z) = (z - x - 2y, 2y - 2x - 2z, x - 2y - z)$  é auto-adjunto. Caso seja, exiba uma base ortonormal de  $\mathbb{R}^3$  formada por autovetores de  $T$ .
3. Sejam  $V$  um espaço com produto interno  $\langle, \rangle$  e  $u, v \in V$  vetores unitários tais que  $\langle u, v \rangle = 1$ .  
Mostre que  $u = v$ .
4. Seja  $Q: V \rightarrow \mathbb{R}$  a forma quadrática associada a uma forma bilinear simétrica  $B: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ .  
Mostre que  $B(u, v) = \frac{1}{4} [Q(u+v) - Q(u-v)]$ .
5. Dada a forma quadrática  $Q: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $Q(x, y) = 2y^2 + 4xy$  em relação à base  $\alpha = \{(1, 1), (-1, 0)\}$ , encontre a sua forma bilinear simétrica associada.

FFima Jr //