Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Matemática

Exercícios – Cálculo II – 00.1

1. Encontre os pontos críticos da função $f(x,y)=y^3-3yx^2-3y^2-3x^2+1$ e classifique-os.

2. Encontre os pontos extremos das funções dadas abaixo, nas regiões indicadas:

a) $f(x,y)=x^2+y^2;\quad R: x^2+4y^2=4$ b) $f(x,y)=xy^2;\quad R: x^2+y^2=3$
c) $f(x,y)=sen\ xy;\quad R: 0\le x\le\pi, 0\le y\le 1$

3. Determine o ponto do plano $x+2y+3z=14$ mais próximo da origem.

4. As alturas dos pontos de uma montanha em relação ao plano horizontal, tomado como plano xy, são dadas pela função $f(x,y)=100-x^2-y^2$. Uma estrada nessa montanha é a interseção da montanha com a superfície $(x-1)^2+(y-1)^2=1$. Se um indivíduo percorrer a estrada inteira, qual a máxima altura e a mínima altura que ele atinge?

5. A função de produção de *Cobb-Douglas* para um determinado produtor é dada por $f(x,y)=100x^{3/4}y^{1/4}$, onde x representa as unidades de mão de obra, a *R$ 150,00* por unidade, e y representa as unidades de capital, a *R$250,00*. O custo total da mão de obra e capital é limitado a *R$50.000,00*. Encontre o nível de produção máxima para esse produtor.

6. Use Multiplicadores de Lagrange para provar que o produto de três números positivos, x, y e z, cuja soma é S, é máximo quando os três números são iguais. Use esse resultado para mostrar que

$$\sqrt[3]{xyz}\le\frac{x+y+z}{3},\quad x,y,z>0$$