Justifique porque se tivermos $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$ e $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ então um dos vetores $\vec{a}$ ou $\vec{b}$ será nulo.

Se, por absurdo, nenhum dos dois é nulo e $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{0}$ então precisamos ter $\operatorname{sen}(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=0 \therefore \cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=\pm 1$ e assim $\vec{a}\cdot\vec{b}=\pm\|\vec{a}\|\,\|\vec{b}\|\neq 0$, contra a hipótese.

5. Suponha que para dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tem-se

$$\|\vec{a}\times\vec{b}\|=\vec{a}\cdot\vec{b}$$

Ache então o ângulo θ entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

6. Sejam $\vec{a}=2x\vec{i}-4x\vec{j}+4x\vec{k}$; $\vec{b}=4x\vec{i}+4x\vec{j}+2x\vec{k}$; $\vec{c}=-4x\vec{i}+2x\vec{j}+4x\vec{k}$. Mostre que $\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$ é uma base ortogonal positiva se $x>0$. Ache x tal que esta base seja ortonormal

$$\text{ortogonal:}\begin{cases}\vec{a}\cdot\vec{b}=2x\cdot 4x+(-4x)(4x)+(4x)(2x)=8x^2-16x^2+8x^2=0\\ \vec{a}\cdot\vec{c}=(2x)(-4x)+(-4x)(2x)+(4x)(4x)=-8x^2-8x^2+16x^2=0\\ \vec{b}\cdot\vec{c}=(4x)(-4x)+(4x)(2x)+(2x)(4x)=-16x^2+8x+8x=0\end{cases}$$

Positiva:

$$[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]=\begin{vmatrix}2x & -4x & 4x\\ 4x & 4x & 2x\\ -4x & 2x & 4x\end{vmatrix}=8x^3\begin{vmatrix}1 & -2 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ -2 & 1 & 2\end{vmatrix}=-72x^3$$