

	UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA	
DISCIPLINA: CÁLCULO VETORIAL Professor: Jamilson R. Campos		
PERÍODO: 2009.2	TURMA(S): 01	DATA: 07 / 10 / 2009
LISTA DE EXERCÍCIOS Nº 2 Produto interno, vetorial e misto.		

2.1 Dados os vetores $\vec{u} = (2, -3, -1)$ e $\vec{v} = (1, -1, 4)$ calcular

- a) $2\vec{u} \cdot (-\vec{v})$ c) $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$
 b) $(\vec{u} + 3\vec{v}) \cdot (\vec{v} - 2\vec{u})$ d) $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{v} - \vec{u})$

2.2 Determine $\vec{v}$ paralelo a $\vec{u} = (2, -3, -1)$ tal que $\vec{v} \cdot \vec{u} = -42$.

2.3 Determine $\vec{v}$ ortogonal ao eixo y , sabendo-se que $\vec{v} \cdot \vec{v}_1 = 8$ e $\vec{v} \cdot \vec{v}_2 = -3$, com $\vec{v}_1 = (3, 1, -2)$ e $\vec{v}_2 = (-1, 1, 1)$.

2.4 Prove a desigualdade de Schwarz $|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq |\vec{u}| |\vec{v}|$.

2.5 Dados os pontos $A = (m, 1, 0)$, $B = (m - 1, 2m, 2)$ e $C = (1, 3, -1)$, determinar m de modo que o triângulo ABC seja retângulo em A . Calcule a área do triângulo.

2.6 Seja $\vec{v} \neq \vec{0}$ um vetor e α, β e γ os ângulos que $\vec{v}$ forma com os vetores $\vec{i}, \vec{j}$ e $\vec{k}$, respectivamente. Esses ângulos são ditos ângulos diretores de $\vec{v}$. Determine as expressões de $\cos \alpha, \cos \beta$ e $\cos \gamma$ e prove que $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

2.7 Dados $\vec{u} = (3, 0, 1)$ e $\vec{v} = (-2, 1, 2)$ determine $proj_{\vec{v}} \vec{u}$ e $proj_{\vec{u}} \vec{v}$.

2.8 Determine a para que seja de 45° o ângulo entre os vetores $\vec{u} = (2, 1)$, $\vec{v} = (1, a)$.

2.9 Mostrar que existe vetor com ângulos diretores $30^\circ, 90^\circ$ e 60° , respectivamente. Determine aquele que tem módulo 10.

2.10 Determine um vetor de norma 3 que seja ortogonal aos vetores $\vec{a} = (2, -1, 1)$ e $\vec{b} = (1, 0, -1)$.

2.11 Dados $\vec{u} = (3, 1, 1)$, $\vec{v} = (-4, 1, 3)$ e $\vec{w} = (1, 2, 0)$, determine $\vec{x}$ tal que $\vec{x} \perp \vec{w}$ e $\vec{x} \times \vec{u} = \vec{v}$.

2.12 Obter um vetor ortogonal ao plano determinado pelos pontos $A(2, 3, 1)$, $B(1, -1, 1)$ e $C(4, 1, -2)$.

2.13 Determinar m para que a área do paralelogramo determinado por $\vec{u} = (m, -3, 1)$ e $\vec{v} = (1, -2, 2)$ seja $\sqrt{26}$.

2.14 Calcular a área do triângulo ABC e a altura relativa ao lado BC , onde $A(-4, 1, 1)$, $B(1, 0, 1)$ e $C(0, -1, 3)$.

2.15 Calcule os produtos mistos abaixo, onde $\vec{u} = (3, -1, 1)$, $\vec{v} = (1, 2, 2)$ e $\vec{w} = (2, 0, -3)$.

a) $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ b) $(\vec{w}, \vec{u}, \vec{v})$

2.16 Verifique se os vetores abaixo são coplanares.

a) $\vec{u} = (1, -1, 2)$, $\vec{v} = (2, 2, 1)$ e $\vec{w} = (-2, 0, -4)$ b) $\vec{u} = (2, -1, 3)$, $\vec{v} = (3, 1, -2)$ e $\vec{w} = (7, -1, 4)$

2.17 Qual o volume do cubo determinado pelos vetores $\vec{i}$, $\vec{j}$ e $\vec{k}$?

2.18 Os vetores $\vec{u} = 3\vec{i} - 1\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{k}$ e $\vec{w} = -2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$ formam um paralelepípedo. Calcule o seu volume e a altura relativa à base definida por $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

Respostas

2.1 a) -2 , b) 21 , c) -4 , d) 4 . **2.2** $(-6, 3, -9)$. **2.3** $(2, 0, -1)$.

2.4 use a definição geométrica de $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e o fato de que $0 \leq |\cos \theta| \leq 1$.

2.5 $m = 1$, $\text{Área} = \frac{\sqrt{30}}{2}$. **2.7** $(\frac{8}{9}, -\frac{4}{9}, -\frac{8}{9})$ e $(-\frac{6}{5}, 0, -\frac{2}{5})$

2.8 3 ou $-\frac{1}{3}$. **2.9** $(5\sqrt{3}, 0, 5)$. **2.10** $\frac{3}{\sqrt{11}}(1, 3, 1)$.

2.11 não existe tal $\vec{x}$, pois $\vec{u}$ não é ortogonal a $\vec{v}$.

2.12 por exemplo, $\vec{AB} \times \vec{AC} = (12, -3, 10)$.

2.13 0 ou 2 . **2.14** $\sqrt{35}$ e $\frac{2\sqrt{35}}{6}$ **2.15** -29 e -29 .

2.16 a) não b) sim. **2.17** 1 . **2.18** 17 e $\frac{17}{\sqrt{30}}$.