



### Cálculo III

2ª Prova, João Pessoa, 02 de setembro de 2013  
Professor: Pedro A. Hinojosa

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

**Questão 1** (2.5 pts) Calcule  $\int_S \text{rot}(\vec{F}) \cdot \vec{n} dS$ , sendo

$$\vec{F}(x, y, z) = (e^x - y)\vec{i} + (xz + y^2)\vec{j} + 2yz\vec{k}$$

e  $S$  é a parte da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$  abaixo do plano  $Z = 1$ .

**Questão 2** (3.0 pts) Seja  $\vec{F}(x, y) = \frac{-y}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{x}{x^2+y^2}\vec{j}$  o campo definido em  $D = \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$ . Calcule:

(a)  $\oint_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r}$ , onde  $C_1: x^2 + y^2 = a^2$ ,  $a > 0$ . orientada positivamente.

(b)  $\oint_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$ , onde  $C_2$  é uma curva fechada,  $C^1$  por partes, que envolve à origem e está orientada positivamente.

**Questão 3** (2.5 pts) Sejam  $\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{-cy}{2} + ze^x, \frac{cx}{2} - ze^y, xy\right)$ , com  $c > 0$ , um campo em  $\mathbb{R}^3$  e  $S$  a superfície aberta, união do hiperboloide de uma folha  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ ,  $0 \leq z \leq \sqrt{c}$  com o disco  $x^2 + y^2 \leq 1$ ,  $z = 0$ . Calcule o valor de  $c$  sabendo que  $\int_S \text{rot}\vec{F} \cdot \vec{n} dS = -6\pi$ , onde  $\vec{n}$  é o campo normal apontando para fora de  $S$ . Resp.  $c = 2$ .

**Questão 4** (2.0 pts) Uma chapa fina tem a forma da superfície  $S$  parametrizada por  $\varphi(u, v) = (u, v, 2u + v)$ , com  $(u, v) \in D: 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq u$ . Suponha que a densidade superficial da chapa seja dada por  $\delta(x, y, z) = x + y + z$ . Determine a massa da chapa.

**Boa Prova !!**