UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 8 : Cálculo III

Prof.: Pedro A. Hinojosa

---

1 *Calcule o fluxo do campo* $\overrightarrow{F} = (xy^2 + e^y)\overrightarrow{i} + (yz^2 + \sin^2 x)\overrightarrow{j} + (5 + x^2 z)\overrightarrow{k}$, *através da superfície* $S:\ x^2 + y^2 + z^2 = 4,\ z \geq 0$, *com campo normal* $\overrightarrow{n}$ *exterior .* *Resp.* $\frac{64\pi}{5}$.

2 *Sejam* $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \geq 1,\ x^2 + y^2 + (z-2)^2 \leq 4,\ z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$ *e* $S = \partial W$. *Considere a superfície* S *orientada pelo campo* $\overrightarrow{n}$ *apontando para fora de* W. *Seja* $\overrightarrow{F} = \left(\frac{x^3}{3} + y, \frac{y^3}{3}, \frac{z^3}{3} + 2\right)$. *Calcule o fluxo de* $\overrightarrow{F}$ *através de* S. *Resp.* $\frac{\pi}{15}(890 + 3\sqrt{2})$.

3 *Seja* $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ *uma função de classe* C^2. *Suponha que* $\nabla^2 f = x^2 + y^2$ *e calcule* $\int_S \nabla f \cdot \overrightarrow{n}\, dS$, *onde* S *é a esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ *com* $\overrightarrow{n}$ *exterior a* S. *Resp.* $\frac{4\pi}{5}$.

4 *Seja* C *a curva do bordo da parte da esfera* $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ *que está no primeiro octante. Considere* C *orientada compativelmente com a arientação exterior da esfera. Suponha uma partícula se move sobre a curva* C *sob a influência do campo de forças* $\overrightarrow{F} = (x^x + z^2)\overrightarrow{i} + (y^y = x^2)\overrightarrow{j} + (z^z + y^2)\overrightarrow{k}$. *Calcule o trabalho realizado pelo campo para mover essa partícula.* *Resp. 16.*

5 *Calcule* $\int_C (y^2 \cos x + z^3)dx + (2y\,\mathrm{sen}\,x - 4)dy + (exz^2 + 2)dz$, *sendo* C *a hélice parametrizada por* $\gamma(t) = (\cos t, \mathrm{sen}\,t, t),\ t \in [0, 2\pi]$.

6 *Uma lâmina tem a forma do cilindro* $x^2 + y^2 = 4$, *entre os planos* $z = 0$ *3* $x - z = 3$. *Determine a massa da lâmina se a densidade em cada ponto é dada por* $\delta(x, y, z) = x^2$. *Resp.* 24π *u.m.*

7 *Use o teorema de Stokes para calcular* $\int_S rot(\overrightarrow{F}) \cdot \overrightarrow{n}\, dS$, *sendo* $\overrightarrow{F} = x\overrightarrow{j} + xy\overrightarrow{k}$ *e* $S:\ x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1,\ z \leq 1$, *com* $\overrightarrow{n}$ *exterior.* *Resp.* $-\frac{3\pi}{4}$.

8 *Calcule* $\int_s rot(\overrightarrow{F}) \cdot \overrightarrow{n}\, dS$, *onde* $\overrightarrow{F} = (ze^x - y)\overrightarrow{i} + (x + \cos(yz))\overrightarrow{j} + xy\overrightarrow{k}$ *e* $S = S_1 \cup S_2$ *com* $S_1:\ z = 4 - 2x^2 - y^2,\ 0 \leq z \leq 2$ *e* $S_2:\ z = 1 + x^2 + \frac{y^2}{2},\ 1 \leq z \leq 2$. *Resp.* $4\sqrt{2}\pi$.

9 *Seja* $F = (x + z\cos y)\overrightarrow{i} + (x - y + z)\overrightarrow{j} + (z^4 - 3a^2)$ *e sejam* $S_1:\ x^2 + y^2 = a^2$, *com* $0 \leq z \leq \sqrt{a}, (a > 0)$, *e* $S_2:\ z = 0,\ x^2 + y^2 \leq a^2$. *Sabendo que o fluxo de* $\overrightarrow{F}$ *através de* $S = S_1 \cup S_2$, *de dentro para fora é* $a^3\pi$, *calcule o valor de* a. *Resp.* $\frac{1}{3}$.