



---

**Lista de Exercícios N° 4 : Cálculo III**  
**Prof.: Pedro A. Hinojosa**

---

1 Calcule  $\int_C (xy + y + z) ds$  ao longo da curva  $\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + t\vec{j} + (2 - 2t)\vec{k}$ , com  $0 \leq t \leq 1$ . Resp.  $\frac{13}{2}$ .

2 Calcule  $\int_C (x + y) ds$ , onde  $C$  é o triângulo de vértices  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  e  $(-1, 1)$ . Resp.  $2 + \sqrt{2}$ .

3 Calcule  $\int_C \sqrt{3}xyz ds$  onde  $C$  é a curva de interseção da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$  com o cilindro  $x^2 + y^2 = 4$  que se encontra no primeiro octante. Resp.  $24$ .

4 Determine a massa de um fio com a forma da curva  $y = \ln x$  com  $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$ , se a densidade em cada ponto é igual ao quadrado da abscissa do ponto. Resp.  $\frac{19}{3}$ .

5 Calcule a massa de um arame fino com o formato da hélice parametrizada por  $\alpha : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $\alpha(t) = (3 \cos t, 3 \sin t, 4t)$ , se a densidade é dada por  $\delta(x, y, z) = \frac{kx}{1+y^2}$ , com  $k > 0$ . Resp.  $5k \arctan(3)$ .

6 Seja  $C$  um fio delgado com a forma da interseção da superfície  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ ,  $z \geq 0$  com o plano  $x + y = 1$ . Calcule o momento de inércia de  $C$  em relação ao eixo  $Z$ , se a densidade em cada ponto é proporcional à sua distância ao plano  $XY$ . Resp.  $18k$ .

7 Calcule  $\text{div}(\vec{F})$  e  $\text{rot}(\vec{F})$  sendo:

(a)  $\vec{F}(x, y, z) = (\sin xy, \cos xy, z)$ ;

(b)  $\vec{F}(x, y, z) = ye^z\vec{i} + xe^z\vec{j} + xye^z\vec{k}$ ;

(c)  $\vec{F}(x, y, z) = (2z - 3y, 3x - z, y - 2x)$ ;

(d)  $\vec{F}(x, y, z) = (z + \sin y)\vec{i} - (z - x \cos y)\vec{j}$ ;

(e)  $\vec{F}(x, y, z) = (6xy^3 + 2z^2, 9x^2y^2, 4xz + 1)$ .

8 Calcule  $\int_C z dx + y dy - z^2 dz$ , onde  $C$  é o segmento de reta do ponto  $P = (1, 0, 0)$  ao ponto  $Q = (0, 1, \frac{1}{2})$ . Resp.  $\frac{5}{24}$ .

9 Calcule  $\int_C -2xy dx + (x^2 + y^2) dy$  onde  $C$  é a parte da elipse  $x^2 + 4y^2 = 2x$  correspondente a  $y \geq 0$  orientada no sentido anti-horário. Resp.  $\pi$ .

10 Calcule  $\int_C x dx + x^2 dy$  onde  $C$  é a curva dada por  $\vec{r}(t) = (-\cos t, \sin t)$ , com  $0 \leq t \leq \pi$ . Resp.  $0$ .