



---

Lista de Exercícios N° 3 : Cálculo III  
Prof.: Pedro A. Hinojosa

---

1 Calcule o momento de inércia de um fio retilíneo homogêneo de comprimento  $L$ , em torno de um eixo perpendicular ao fio e passando por uma das extremidades do fio, em função de sua massa  $M$ . Resp.  $\frac{1}{3}ML^2$ .

2 Um arame tem a forma da curva obtida ao interseção da semiesfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ ,  $x > 0$  com o plano  $y + z = 4$ . Sabendo que a densidade em cada ponto  $(x, y, z)$  é dada por  $\rho(x, y, z) = x$ , mostre que o momento de inércia em relação ao eixo  $X$  é igual a  $\frac{32M}{3}$ , onde  $M$  é a massa do arame.

3 Um arame fino liga os pontos  $A = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0)$  e  $B = (1, 1, \sqrt{2})$  e tem a forma da curva interseção das superfícies  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  e  $y = x$ , situado no primeiro octante. Calcule a massa do arame, sabendo que sua densidade em cada ponto é proporcional ao quadrado da distância do ponto ao plano  $YZ$ . Resp.  $\frac{\pi+2}{2}$ .

4 Um fio delgado tem a forma do segmento de reta que une os pontos  $A = (1, 1)$  e  $B = (2, 2)$ . Determine o momento de inércia em relação à reta  $y = -1$ , supondo que a densidade no ponto  $(x, y)$  é proporcional à distância do ponto ao eixo  $Y$ . Resp.  $\frac{119\sqrt{2}K}{12}$ .

5 Um arame fino tem o formato da curva parametrizada por  $\alpha(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, e^t)$  com  $0 < t < 1$ . Se a densidade em cada ponto é inversamente proporcional ao quadrado da distância do ponto à origem, encontre a massa do arame. Resp.  $\frac{\sqrt{3}K}{2}(1 - e^{-1})$ .

6 Seja  $C$  a curva interseção da semiesfera  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ,  $a > 0$ ,  $x \geq 0$ , com o plano  $y = z$ . Determine o valor de  $a$  sabendo que  $\int_C 2xyz ds = 16$ . Resp.  $a = 2$ .

7 Um fio  $C$ , com densidade de massa  $\rho(x, y, z) = |x(y+1)|$ , tem a configuração da interseção das superfícies dadas pelas equações  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  e  $y + \sqrt{2}z = 1$ . Calcule a massa de  $C$ . Resp.  $\frac{4}{3\sqrt{2}}(3^{\frac{3}{2}} - 1)$ .

8 Uma placa fina de densidade constante  $K$  tem a forma de um setor circular de raio  $a$  e ângulo central  $2\alpha$ . Mostre que o momento de inércia em relação à bissetriz do ângulo é dada por  $\frac{1}{4}Ma^2 \left(1 - \frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right)$ , onde  $M$  é a massa da placa.