Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 2 : Cálculo III

Prof.: Pedro A. Hinojosa

---

1 *Nas integrais abaixo, troque a ordem de integração.*

(a) $\displaystyle\int_1^e \int_0^{ln(x)} f(x,y)dydx$ (b) $\displaystyle\int_0^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-\sqrt{y}} f(x,y)dxdy$ (c) $\displaystyle\int_{-1}^2 \int_{y^2-4}^{y-2} f(x,y)dxdy$

2 *Usando coordenadas polares calcule as integrais abaixo.*

(a) $\displaystyle\int_1^3 \int_0^y \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$ (b) $\displaystyle\int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{2-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}dydx$ (c) $\displaystyle\int_0^1 \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} xydxdy.$

3 *Uma placa D tem a forma da região planar limitada pelas retas $x=1$, $x=2$, $y=0$ e $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$. A densidade em cada ponto é inversamente proporcional à distância do ponto à origem. Determine a massa da placa.*

4 *Calcule as coordenadas $(\overline{X},\overline{Y}))$ do centro de massa de uma chapa homogêna D que tem a forma de um triângulo isósceles com base $10cm$ e altura $5cm$.*

5 *Calcule a massa de uma lâmina delimitada por$(x-1)^2+(y-2)^2=1$, se a densidade em um ponto qualquer da lâmina é proporcional à distância desse ponto ao ponto $(1,2)$.*

6 *Calcule o centro de massa de uma lâmina fina cujo formato é o do conjunto $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 1\le x^2+y^2\le 4,\ y\ge 0\}$, sendo sua densidade, em cada ponto, proporcional à distância do ponto à origem.*

7 *Calcule as seguintes integrais:*

(a) $\int_D \left(\frac{x-y}{x+y}\right)^2 dxdy$, *$D$ é a região triangular de vértices $(0,0)$, $(1,0)$ e $(0,1)$;*

(b) $\int_D sen(4x^2+y^2)dxdy$, $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 4x^2+y^2\le 1,\ y\ge 0\}$;

(c) $\int_D (x+y+1)(x-y)^6dxdy$, *$D$ é o quadrado $|x|+|y|\le 1$;*

(d) $\int_D (x^2+y^2)dxdy$, *D é a região, no primeiro quadrante, limitada pelas curvas $x^2-y^2=1$, $x^2-y^2=9$, $xy=1$ e $xy=3$.*

8 *Uma placa fina é limitada pela circunferência $x^2+y^2=a^2$, $(a>0)$ e tem densidade dada por $\rho(x,y)=\frac{a^2}{a^2+x^2+y^2}$. Determine o momento de inércia polar em função de sua massa M.*

9 *Calcular o volume do sólido limitado superiormente pela esfera $x^2+y^2+z^2=4$, inferiormente pelo plano $z=0$ e lateralmente pelo cilindro $x^2+y^2=1$.*