EBED - Escola Brasileira de Equações Diferenciais
UFPB - Universidade Federal do Paraíba
Edição N$^{\underline{0}}$ 4 Agosto 2011

Bilaplaciano Vetorial

Aldo Peres Campos e Lopes*

Estamos interessados no estudo do seguinte sistema:

$$-\Delta_g^2 U + div\left(A(\nabla U)^{\#}\right) + \nabla_U G(x,U) = \nabla F(U) \tag{0.1}$$

Ou seja,

$$-\Delta_g^2 u_i + div\left(A_i(\nabla u_i)^{\#}\right) + \partial_i G(x,u) = \partial_i F(u)$$

para cada $i = 1, ..., k$. Consideramos $G : M \times \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ uma função contínua e 2-homogênea na segunda variável e de classe C^1 na segunda variável. E $F : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ é uma função positiva de classe C^1 e $2^{\#}$-homogênea. Podem ser por exemplo:

$$G(x,t) = \sum_{i=1}^{k} A_{ij}(x) t_i t_j \quad e \quad F(t) = \sum_{i=1}^{k} |t_i|^{2^{\#}}$$

onde $A_{ij}(x)$ é uma matriz $k \times k$ simétrica e $2^{\#} = \frac{2n}{n-4}$ é o expoente crítico. A é definido como sendo:

$$A\left((\nabla U)^{\#}, (\nabla U)^{\#}\right) = \sum_{i=1}^{k} A_i\left((\nabla u_i)^{\#}, (\nabla u_i)^{\#}\right)$$

A é uma soma de $(2,0)-$tensores simétricos e suaves.

Impomos condições para que (0.1) tenha solução de energia mínima. Além da existência, temos também regularidade nas soluções. A regularidade pode ser melhorada se tomarmos F e G particulares conforme comentado acima.

Mas temos também a decomposição em bubbles. Seja $U_\alpha \in H_k^{2,2}(M)$ solução fraca de (0.1). Se a sequência $(U_\alpha)_{\alpha\in\mathbb{N}}$ é limitada em $H_k^{2,2}(M)$, então existe $U \in H_k^{2,2}(M)$ limite fraco de U_α e se $U \equiv 0$, a menos de subsequência, temos:

$$U_\alpha = \sum_{j=1}^{l} B_{j,\alpha} + R_\alpha$$

para todo $\alpha > 0$, sendo $(B_{j,\alpha})_{\alpha\in\mathbb{N}}$, $j = 1, ..., l$ k-bubbles e $(R_\alpha)_{\alpha\in\mathbb{N}} \subset H_k^{2,2}(M)$ é tal que

$$\lim_{\alpha\to\infty} R_\alpha = 0 \qquad \text{em} \qquad H_k^{2,2}(M)$$

Referências

[1] Frédéric Robert, *Fourth Order Equations With Critical Growth In Riemannian Geometry* , MPersonal Notes, 2009.
[2] Emmanuel Hebey, *Sharp Sobolev Inequalities for vector valued maps* , Mathematische Zeitschrift, 2006.
[3] Emmanuel Hebey, *Critical Elliptic Systems in Potential Form*, ArXiv, 2005.

*Departamento de Matemática ,UFMG, MG, Brasil, aldop@ufmg.br