

# SINGULARIDADES, LIMITES SINGULARES E FENÔMENOS MULTI-ESCALAS EM FLUIDOS INCOMPRESSÍVEIS

FABIO RAMOS \*

A passagem entre diferentes níveis de descrição física de fenômenos naturais é um grande celeiro de limites singulares na física matemática. Por exemplo, a mecânica clássica deveria ser recuperada quando a contante  $h$  é desprezível. Da mesma forma, a termodinâmica deveria ser obtida pela mecânica estatística quando  $1/N \rightarrow 0$ , onde  $N$  é o número de partículas. Em mecânica de fluidos, o limite singular entre a descrição invíscida de Euler e a descrição viscosa de Navier-Stokes de fluidos incompressíveis está no cerne do elusivo fenômeno de turbulência, que ocorre quando  $1/R$  é muito pequeno, onde  $R$  é o número de Reynolds.

Escoamentos com elevados números de Reynolds apresentam uma intensa atividade vortical, que intensifica os gradientes de velocidade, excitando as diversas escalas do movimento. Tal atividade consiste em três mecanismos: estiramento, dobramento e reconexão de vórtices. O estiramento e o dobramento são mecanismos invíscidos, compatíveis com as equações de Euler. A reconexão é a mudança de topologia do campo de vorticidade, e não é permitida em soluções suaves das equações de Euler. Assim, singularidades podem estar na origem do fenômeno de dissipação anômala de energia em fluidos incompressíveis no limite  $1/R \ll 1$ , um fato exaustivamente verificado em laboratórios por quase um século.

Neste minicurso, apresentarei alguns aspectos da teoria multi-escala de Onsager-Kolmogorov de turbulência em fluidos à luz do limite singular invíscido, e discutirei os papéis desempenhados por possíveis singularidades de soluções fracas das equações de Euler e Navier-Stokes.

---

\*Instituto de Matemática , UFRJ, RJ, Brasil, f Ramos@ufrj.br