

# USANDO COORDENADAS BARICÊNTRICAS PARA ESTUDAR A GEOMETRIA DO TRIÂNGULO

HUMBERTO JOSÉ BORTOLOSSI\* & JOSÉ OSORIO DE FIGUEIREDO†

## Resumo

Durante sua vida escolar, um aluno típico aprende basicamente duas técnicas para estudar a geometria do triângulo: semelhança e geometria analítica (coordenadas cartesianas). O uso de semelhança de triângulos requer, em geral, a construção nada óbvia de retas auxiliares. O emprego de coordenadas cartesianas, por sua vez, recai em expressões que, em geral, não são invariantes por movimentos rígidos, dificultando a análise de propriedades intrínsecas. Menos conhecidas, as coordenadas baricêntricas oferecem uma terceira técnica, fundamentada no conceito de área, que é mais eficaz e evita as dificuldades mencionadas. Coordenadas baricêntricas têm sido usadas no ensino de geometria a nível básico na China e é elemento fundamental para o desenvolvimento e pesquisa da teoria moderna da geometria do triângulo. O propósito deste minicurso é, portanto, apresentar a teoria básica sobre o assunto, com ênfase no estudo da geometria do triângulo. Os tópicos abordados serão os seguintes:

1. Segmento orientado e área com sinal de um triângulo: definições, divisão harmônica, teorema do co-lado, teorema de Ceva.
2. Coordenadas baricêntricas: definições; relação entre coordenadas baricêntricas e área com sinal; coordenadas baricêntricas homogêneas e exatas, ponto no infinito, operações com coordenadas baricêntricas, teorema de Ceva em coordenadas baricêntricas.
3. Coordenadas baricêntricas dos vértices, pontos médios dos lados, do baricentro, do incentro, do circuncentro, do ex-incentro, do centro de Spiker, do centro  $X(55)$ , do centro  $X(56)$ , do ortocentro, do Ponto de Gergone, do ponto de Nagel e do centro do círculo de nove pontos de um triângulo.
4. Divisores harmônicos.

## Referências

- [1] KIMBERLING, K. - *Clark Kimberling's Encyclopedia of Triangle Centers – ETC.*, University of Evansville, 2009. <http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html>.
- [2] LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. - *A Matemática do Ensino Médio.*, Volume 3. Sociedade Brasileira de Matemática, Coleção do Professor de Matemática, 2006.
- [3] MENDES, M.; THIAGO, C. - *Áreas Para Achar Razão de Segmentos.*, Revista Eureka!, vol. 25, 2007.
- [4] MORGADO, J. M.; WAGNER, A. C. - *Geometria. Volumes I e II. Uma Métrica Plana.*, Editora Francisco Alves, 1973.
- [5] YIU, P. - *Introduction to the Geometry of the Triangle.*, Department of Mathematics Florida Atlantic University, Version 2.0402, 2002. <http://www.math.fau.edu/yiu/GeometryNotes020402.ps>.

---

\*Universidade Federal Fluminense, Departamento de Matemática Aplicada, Niterói, Brasil, [hjbortol@im.uff.br](mailto:hjbortol@im.uff.br).

†Universidade Federal Fluminense, Niterói, Brasil, [joseosorio@ig.com.br](mailto:joseosorio@ig.com.br).