V Bienal da SBM
Sociedade Brasileira de Matemática
UFPB - Universidade Federal da Paraíba
18 a 22 de outubro de 2010

Equações Diferenciais Parciais de Primeira Ordem

Maria Lewtchuk Espindola *

RESUMO E DESCRIÇÃO DO CURSO

1 Objetivos e conteúdo

O curso inicia pela apresentação da origem das EDPs de primeira ordem, após ter sido dada a definição geral de EDPs.

Na sequência são discutidos os diversos tipos de soluções: geral, completa, particular e envoltória.

O objetivo principal do curso é abordar certos métodos clássicos de solução de EDPS de primeira ordem lineares e não lineares, destacando o método de Charpit com diversas aplicações a diferentes tipos de equações.

- Citando referências: Sneddon [1]; Forsyth [2].

Em seguida é apresentado um método novo de obtenção de soluções gerais de determinados tipos de EDPS lineares ou não, desenvolvidos por Espindola [3,4]. É interessante ressaltar que este método fornece sempre uma solução geral, i.e., que depende de uma função arbitrária, portanto o método pode ser aplicado a qualquer problema específico, pois não existem restrições sobre as condições que este irá impor, a não ser aquelas devidas a cálculos algébricos específicos, nos quais os métodos numéricos conhecidos podem ser aplicados.

É importante ressaltar que quase todos os livros que abordam EDPs, geralmente se dedicam as de segunda ordem: equação de Laplace, equação de calor e equação de onda. No entanto, em muitas situações aparecem EDPs de primeira ordem em Fisica Matemática ou em outroa ramos da Matemática, e alguns casos seu entendimento é absolutamente fundamental. Como exemplo, cito o caso do desenvolvimento da teoria de Hamiltonização alternativa em Fundamentos da Mecânica Analítica, a qual é baseada na análise matemática dos diversos tipos de soluções de EDPS, demonstrando a inexistência da descrição de Hamilton em alguns casos, como o da Mecânica Singular, por causa do uso da solução envoltória, cuja existência está atrelada a condição de não linearidade da EDP, veja em Espindola [5,6,7]. Na Matemática temos como um dos exemplos, os sistemas dinâmicos que, na maioria dos casos, são compostos por sistemas de EDPs de primeira ordem.

*Universidade Federal da Paraíba, DM, PB, Brasil, mariia@mat.ufpb.br

2 Programa

I. Equações diferenciais parciais de primeira ordem

1. Introdução
2. Origens
3. Tipos de soluções: geral, completa, particular e envoltória
4. Soluções envoltórias

II. Métodos clássicos de resolução de EDPS de primeira ordem

1. EDPs Lineares
2. EDPs Não Lineares
3. Método de Charpit

III. Método de obtenção de soluções gerais para EDPS, lineares ou não, dos tipos: $\mathbf{F(u_x, u_y) = 0}$; $\mathbf{F(f(x)u_x, u_y) = 0}$ (ou $\mathbf{F(u_x, h(y)u_y) = 0}$); $\mathbf{F(f(x)u_x, u_y) = G(x)}$.

1. Solução Geral das EDPs: $\mathbf{F(u_x, u_y) = 0}$; $\mathbf{F(f(x)u_x, u_y) = 0}$ (ou $\mathbf{F(u_x, h(y)u_y) = 0}$);
2. Solução Geral da EDP $\mathbf{F(f(x)p, q) = 0}$ (ou $\mathbf{F(p, h(y)q) = 0}$)
3. Solução Geral da EDP $\mathbf{F(f(x)u_x, u_y) = G(x)}$ - Equação de Hamilton Jacobi;
4. Extensões e generalizações possíveis.

3 Pré-requisitos

Cálculo Diferencial e Integral I e II.

Referências

[1] Sneddon, I. - *Elements of partial differential equations.*, McGraw-Hill, Kogakusha, First edition, 1957.

[2] Forsyth, A. R. - *A treatise on differential equations.*, McMillan, London, First edition, 1903.

[3] Espindola, M. L. - *Método de Solução das EDPS :* $F(u_x, u_y) = 0$; $F(f(x)u_x, u_y) = 0$; $F(u_x, h(y)u_y) = 0$, **84**, Res. II ENAMA, 2008.

[4] Espindola, M. L. - *Solução Geral da Equação de Hamilton-Jacobi Unidimensional*, **64**, Res. III ENAMA, 2009.

[5] Espindola, M. L.; Espindola, O. e Teixeira, N. L. - *Hamiltonization as a two fold procedure*, Hadronic J., **9**, 121, 1986.

[6] Espindola, M. L.; Espindola, O. e Teixeira, N. L. - *Hamiltonization for singular and non singular Mechanics*, J. Math. Phys., **28**, 807, 1986.

[7] Espindola, M. L.; Espindola, O. e Teixeira, N. L. - *Linearization of the Hamilton-Jacobi equation*, J. Math. Phys., **28**, 1754, 1986.