

A CONSTRUÇÃO, POR EUCLIDES, DO PENTÁGONO REGULAR

JOÃO BOSCO PITOMBEIRA DE CARVALHO *

RESUMO

Este trabalho destina-se a alunos das licenciaturas e bacharelados em Matemática e a professores do Ensino Médio.

As construções geométricas com régua e compasso são um tópico fascinante. Infelizmente, seu estudo praticamente desapareceu do ensino. Em geral, quando são feitas algumas construções, isso acontece sem nenhuma justificativa matemática do processo.

Bem trabalhadas, elas se prestam a uma união feliz da história da Matemática com a geometria euclidiana. Em particular, as construções com régua e compasso fazem o aluno utilizar diretamente os resultados aprendidos em geometria, para justificá-las.

Entre as figuras importantes que apresentam regularidades destacam-se os *polígonos regulares*, centrais em geometria. A primeira proposição dos *Elementos* de Euclides mostra como construir um triângulo equilátero. O quadrado desempenha também um papel importante na Matemática grega, na qual um problema importante é o de "quadrar" uma figura, ou seja, construir um quadrado com área igual à da figura.

O pentágono regular era importante para os Pitagóricos, já no século VI a.E.C., visto ter sido o *pentagrama* regular (o polígono regular estrelado de cinco lados) o símbolo da confraria pitagórica.

Um dos pontos altos dos *Elementos* de Euclides é a construção, no Livro IV, do pentágono regular. Euclides precisa desse polígono no livro XIII, em que constrói os cinco poliedros regulares, para a construção do dodecaedro regular, cujos lados são pentágonos. Euclides utiliza somente a régua não graduada e o compasso, como aliás acontece em todas as construções efetuadas nos *Elementos*.

A procura de construções para os polígonos regulares foi um dos temas recorrentes entre os matemáticos. Quando não conseguiam fazer construções que obedecessem aos cânones euclidianos, conseguiam, pelo menos, construções aproximadas, ou usavam outros recursos além da régua e do compasso, haja vista a construção para o heptágono regular dada por Arquimedes e, bem mais tarde, entre outros, por Gauss.

O pentágono regular foi estudado não só por Euclides, mas ao longo dos séculos. Um pouco depois dele, Ptolomeu, no *Almagesto*, apresentou uma construção para esse polígono.

O exame da construção do pentágono regular feita por Euclides permite uma boa discussão sobre a historiografia da Matemática: em geral, as construções modernas, como a que discutimos, de Aaboe, não respeitam o espírito da que Euclides apresenta nos *Elementos*. Em verdade, pode-se construir o pentágono regular supondo muito pouco, basicamente os conteúdos dos quatro primeiros livros dos *Elementos*, como feito por Euclides.

Essas transposições da construção para uma linguagem moderna decorrem de uma postura historiográfica mais geral, a tese da existência de uma "álgebrageométrica" grega, que é refutada pelas tendências historiográficas mais recentes.

*Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, jbpfcarvalho@gmail.com