

## **Trabalhando com bases diferentes de 10 no Sistema de Numeração**

**Resumo:** Esta oficina destina-se a professores de matemática e licenciandos pretende ampliar os conhecimentos que possuímos sobre contagem, fornecendo mais informações sobre bases diferentes de 10 e um repertório de atividades que visam auxiliar o ensino e compreensão do Sistema de Numeração.

**Palavras-chave:** Sistema de Numeração; bases.

### **Introdução:**

A contagem é algo presente em nossa vida desde antes de iniciarmos as nossas atividades escolares. Quando crianças, os professores já nos ensinam a contar de 1 até 10 e a escrever infinitos números com 10 algarismos diferentes (0, 1, 2, ..., 9). Isso porque a primeira máquina de calcular do homem primitivo eram os dedos das mãos, associada à correspondência 1 a 1.

Nosso sistema de numeração e as operações que fazemos têm como base a quantidade 10. Porém, também devemos saber que é possível ter um sistema cuja base pode ser 4, 6, ou outro valor que não seja o 10. Enfim, podemos fazer contagem numa outra base que escolhermos e as operações funcionariam também.

É de extrema importância que os discentes não restrinjam o conteúdo sistema de numeração à base 10, pois uma criança que tiver dominado um conceito em uma forma mais geral será certamente capaz de aplicá-lo em um campo mais vasto. Então, devemos enfatizar que o sistema de base 10 não é importante porque agrupa de 10 em 10, mas sim porque, adota o princípio do valor posicional e possui o símbolo 0 para indicar as ordens vazias.

É essencial alcançar o verdadeiro entendimento do algoritmo do sistema de numeração, sem ser algo mecânico, a partir de conceitos generalizados, comparando bases e com atividades lúdico/educativas com a utilização de um material, que deve parecer o mais diferente possível, porém ter a estrutura matemática necessária.

Nós bolsistas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID), financiados pela Capes – junto com alguns colegas graduandos, como nós, da Universidade Federal de Sergipe, elaboramos esse trabalho.

### **Objetivo**

Desenvolver uma abstração maior da noção de contagem com bases diferentes de 10. Analisar possíveis relações existentes entre as potências da nova base e as potências de base 10. Fornecer aos professores de matemática e licenciandos, através das atividades propostas, um grupo de atividades que auxilie o ensino e compreensão do conteúdo Sistema de numeração.

## **Metodologia**

A oficina será dividida em dois momentos:

O primeiro constará de atividades lúdico/educativas anexas ao final do trabalho, que visam à introdução dos conceitos relativos aos sistemas de numeração de maneira concreta, sem a utilização do formalismo matemático, além de promover a interação com os participantes da oficina, para que saiam da postura estática de meros observadores e tornem-se participantes ativos do processo educativo.

O segundo consiste em apresentação e explicação dos conceitos de Sistema de Numeração em diferentes bases, comparando-as com a base convencional 10, efetuando as quatro operações e relacionando-as com suas devidas potências.

## **Contexto**

Sistema de Numeração pode ser definido, de maneira menos rigorosa, como a maneira de se utilizar um mínimo de palavras e de símbolos para representar as quantidades. Os símbolos ou combinações de símbolos usados chamam-se Numerais. Os numerais são, portanto, meras representações de idéias de quantidades, que são os números.

Desde antigamente, os números eram usados de forma intuitiva, o homem primitivo vivia em diferentes regiões, de acordo com o local que lhe possibilitava a obtenção de alimentos. Ao longo do tempo, o homem percebeu a necessidade de produzir seu próprio alimento utilizando a agricultura e o pastoreio. Tais atividades obrigaram o homem a se preocupar em ter uma noção de quantidade.

Registros nos mostram que as primeiras práticas de contagem estavam ligadas ao pastoreio, pois controlavam seus rebanhos usando montes de pedras. Ao soltar os animais, o pastor separava uma pedra para cada um. Quando o rebanho retornava, o pastor retirava do monte de pedra uma para cada animal que passava. Se sobrassem pedras, faltavam animais; se faltassem pedras, o rebanho havia aumentado.

## **Sistemas de Numeração**

Devemos destacar que qualquer base adotada terá sua importância quanto ao valor posicional e o uso do símbolo 0 para indicar ordens vazias. Veremos a seguir alguns sistemas numéricos de diferentes bases:

- Sistema de base 10 ou sistema decimal

Os números em base decimal constituem os números os quais naturalmente estamos habituados a trabalhar. O termo “naturalmente” surge do fato de possuímos dez dedos nas mãos, o que levou os povos antigos que deram origem a nossa civilização a adotarem um sistema de contagem em base dez.

Na base decimal o conjunto de dígitos é  $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$  e estes dígitos constituem os Fatores de Ponderação de cada Potência da Base.

Um exemplo seria 234,89 tendo na sua forma decomposta da seguinte forma:

$$2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 8 \times 10^{-1} + 9 \times 10^{-2}$$

Pode-se observar que com um número decimal por N casas ou dígitos decimais, podemos efetuar a contagem numérica de até  $10^N$  objetos. Podemos citar como exemplo tendo  $N=2$  onde podemos enumerar objetos de 0 a 99, totalizando  $10^N = 10^2 = 100$  objetos.

- Sistema de base 2 ou sistema binário

O sistema binário é o mais elementar, pois possui apenas dois símbolos. Nela o conjunto é representado por apenas dois dígitos  $\{0,1\}$  sendo que cada dígito é chamado de BIT (*Binary Digit*). Onde esses bits são agrupados da seguinte maneira:

- 4 bits – Nibble

- 8 bits – Byte

- 16 bits – Word

A base binária é muito usada na área computacional.

Nessa base contamos de dois em dois e sabemos que cada 2 unidades de 1ª ordem equivalem a 1 unidade de 2ª ordem. Cada 2 unidades de 2ª ordem equivalem a 1 unidade de 3ª ordem. Cada 2 unidades de 3ª ordem equivalem a 1 unidade de 4ª ordem, e assim sucessivamente.

Exemplo da igualdade da classe decimal e a binária:  $43_{(10)} = 101011_{(2)}$

- Sistema de base 3 ou sistema ternário

O sistema ternário é aquele que possui base numérica 3. Nela o conjunto é representado por 3 dígitos, sendo eles {0,1,2}.

No Sistema ternário contamos de três em três e sabemos que cada 3 unidades de 1ª ordem equivalem a 1 unidade de 2ª ordem. Cada 3 unidades de 2ª ordem equivalem a 1 unidade de 3ª ordem. Cada 3 unidades de 3ª ordem equivalem a 1 unidade de 4ª ordem, e assim sucessivamente.

Um raro ponto ternário é usado para denotar partes fracionárias no baseball, os números ternários, podem ser usados também para saber a estrutura *self-similar* como o Triângulo de *Sierpinski* ou a Jogo do Cantor convenientemente.

Exemplo da igualdade da classe decimal e a ternária:  $43_{(10)} = 1121_{(3)}$

- **Sistema de base 4 ou sistema quaternário**

O sistema quaternário é a aquele que possui base numérica 4. Nela o conjunto é representado por 4 dígitos sendo eles {0,1,2,3}.

No Sistema quaternário contamos de quatro em quatro e sabemos que cada 4 unidades de 1ª ordem equivalem a 1 unidade de 2ª ordem. Cada 4 unidades de 2ª ordem equivalem a 1 unidade de 3ª ordem. Cada 4 unidades de 3ª ordem equivalem a 1 unidade de 4ª ordem, e assim sucessivamente.

Exemplo da igualdade da classe decimal e a quaternária:  $43_{(10)} = 223_{(4)}$

- **Sistema de base 12 ou sistema duodecimal**

Há 12 valores diferentes para os dígitos. Ou 12 algarismos utilizados: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B. Sendo essas duas letras representando supostamente os números 10 e 11 já que esses números não podem ser escritos formalmente.

No sistema duodecimal contamos de 12 em 12. A “dúzia”, muito utilizada no comércio em geral em nossa sociedade, é exatamente se contar com o sistema de numeração de base doze. Cinco dúzias e meia, nada mais são do que  $5 \cdot 12 + 6 = (56)_{12}$ . Além disso, antigamente, nos países de língua espanhola, se utilizava a *gruesa*, que significava doze dúzias.

- **Métodos de Conversão**

Em conversão de bases, considerando que o número 4 equivale ao número 10 na base 4, 5 equivalerá 11 na base 4 e 6 a 12 na base 4. Porém, quando queremos obter uma conversão de bases com números grandes, esse processo será trabalhoso e

demorado. Para efetuar transformações de bases nesse caso, temos que encontrar um processo matematicamente aceitável e simples do ponto de vista prático.

Para converter um número qualquer, por exemplo, o número  $6784=6.10^3+7.10^2+8.10^1+4.10^0$  para a base 3. O processo deverá começar dividindo este número por 3, quantas vezes forem necessárias, até se chegar a um quociente igual a zero. Pelo algoritmo da divisão, podemos demonstrar esse processo, descrito abaixo:

$$6784=2261 \times 3+1$$

$$2261=753 \times 3+2$$

$$753=251 \times 3+0$$

$$251=83 \times 3+2$$

$$83=27 \times 3+2$$

$$27=9 \times 3+0$$

$$9=3 \times 3+0$$

$$3=1 \times 3+0$$

$$1=0 \times 3+1$$

Quando substituimos os valores da seguinte forma,  
 $6784=2261.3+1=(753.3+2).3+1=753.3^2+2.3+1=(251.3+0).3^2+2.3+1=251.3^3+0.3^2+2.3+1$   
 $= (83.3+2)3^3+0.3^2+2.3+1=83.3^4+2.3^3+0.3^2+2.3+1=(27.3+2)3^4+2.3^3+0.3^2+2.3+1=27.3^5+2$   
 $.3^4+2.3^3+0.3^2+2.3+1=(9.3+0).3^5+2.3^4+2.3^3+0.3^2+2.3+1=9.3^6+0.3^5+2.3^4+2.3^3+0.3^2+2.3+1$   
 $=(3.3+0).3^6+0.3^5+2.3^4+2.3^3+0.3^2+2.3+1=3.3^7+0.3^6+0.3^5+2.3^4+2.3^3+0.3^2+2.3+1=(1.3+0)$   
 $3^7+0.3^6+0.3^5+2.3^4+2.3^3+0.3^2+2.3+1=1.3^8+0.3^7+0.3^6+0.3^5+2.3^4+2.3^3+0.3^2+2.3+1.$

Portanto  $6784=(100022021)_3$ .

Podemos observar que o número da base 3 é composto pelos restos das divisões e invertendo o sentido da leitura, ele se torna o mesmo. Os restos foram os números, 120220001, escritos da direita para a esquerda, temos 100022021, exatamente o número da base 3.

Compreender conversão de bases é o primeiro passo para saber fazer as quatro operações em bases diferentes. Na adição e subtração, podemos fazer da seguinte forma:

| Base 10 |
|---------|
| 14      |
| +16     |
| <hr/>   |
| 30      |

| Base 4 |   |
|--------|---|
| 32     | $(14)_{10}=(32)_4$                      |
| +100   | $(4^2)_{10}=(16)_{10}=(100)_4=(10^2)_4$ |
| <hr/>  |   |
| 132    | $(2+0)_4=(2)_4$<br>$(3+0)_4=(3)_4$      |

| Base 10 |
|---------|
| 13      |
| - 7     |
| <hr/>   |
| 6       |

| Base 4 |   |
|--------|---|
| 31     | $(13)_{10}=(31)_4$  |
| - 13   | $(7)_{10}=(13)_4$   |
| <hr/>  |   |
| 12     | $(11)_4=5$ , como não existe o símbolo 5 na base 4, então o mesmo é representado pelo número 11. Logo, $5-(3)_4=(2)_4$ .<br>$(2)_4-(1)_4=(1)_4$ |

Na multiplicação, a resolução ainda é mais simples. Vejamos o exemplo abaixo:

| Base 10 |
|---------|
| 11      |
| x4      |
| <hr/>   |
| 44      |

| Base 3 |                     |
|--------|---------------------|
| 102    | $(11)_{10}=(102)_3$ |
| x11    | $(4)_{10}=(11)_3$   |
| <hr/>  |                     |
| 102    | $(0+2)_3=(2)_3$     |
| <hr/>  |                     |
| 102    | $(1+0)_3=(1)_3$     |
| <hr/>  |                     |
| 1122   |                     |

A operação da divisão em outras bases torna-se um pouco difícil de compreender, apesar de ser utilizada de forma conjunta com as operações da multiplicação e da subtração, assim como na base 10. Mas tornar-se uma operação um

pouco mais abstrata para certos níveis de conhecimento, por se tratar de um algoritmo mais detalhado e complexo do que na base decimal.

### Atividades Sugeridas





- **Atividade1:**

**Nome:** Ruas das bases.

**Objetivo:** Introduzir conceitos relativos ao conteúdo Sistema de Numeração com bases diferentes, sem a utilização do formalismo matemático.

**Material utilizado:** Fita colorida e folha de E.V.A.

**Descrição:** Essa atividade terá início com a formação de dois grandes grupos, cada um, com a mesma quantidade de pessoas. Serão feitas no chão, para cada grupo, quatro fileiras confeccionadas com fitas coloridas e ao final de cada fileira terá uma figura geométrica. Como na figura, abaixo:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
|   |   |   |   |

A fileira do triângulo representa as unidades do sistema de numeração na base 4, a do quadrado representa as dezenas, o pentágono as centenas e o hexágono a do milhar. A atividade terá início da seguinte maneira: ao sinal de um juiz, cada participante (representando 1 unidade) na sua vez, irá para a fileira da unidade, quando quatro participantes preencherem a mesma, então todos sairão dessa fileira e somente um irá para a fileira da dezena, repeti-se esse processo na casa das unidades e das dezenas, quando formarem quatro “quatrenas” (casa das dezenas) os participantes sairão dessa fileira e somente um irá para a seguinte, ou seja, na casa das centenas. E, assim sucessivamente, até que se chegue à fileira do milhar. Ganha o grupo que terminar em menor tempo e executar corretamente a atividade.

## ▪ **Atividade 2:**

**Nome:** Loja das Bases.

**Objetivo:** Introduzir conceitos relativos de Sistema de Numeração com bases diferentes e o algoritmo das operações matemáticas, sem a utilização do formalismo matemático.

**Material utilizado:** Papel A4, papel duplex, fita adesiva, cola, tesoura.

**Descrição:** O público alvo é separado em dois grupos. A atividade funciona da seguinte maneira: estarão à amostra de todos, fichas contendo imagens de produtos e seus respectivos preços na base 4, cada grupo terá que comercializar os produtos com fichas representando dinheiro na mesma base. A moeda local será representada da seguinte forma: 4 triângulos é igual a 1 quadrado, 4 quadrados é igual a 1 círculo. Após a compra de todos os produtos, lançaremos perguntas, afim de que os grupos concluam qual base foi trabalhada e formalizaremos o algoritmo operacional a partir da atividade proposta.

## **Conclusão**

Diante do que foi proposto, pode-se perceber que trabalhar com sistema de numeração com bases diferentes, proporciona ao educando uma visão mais ampla do algoritmo operacional. E isto, associado a atividades que induzam os discentes a tirarem conclusões a respeito da essência desse conteúdo, que muitas vezes é restrito as propriedades do sistema decimal.

## **Bibliografia**

GROSSI; Esther Pillar. **Numeração em diversas bases:** sugestões de atividades e experiência na 2ª série.

DIENES; Z. P. **Aprendizado Moderno de Matemática.** 3º edição. Editora Zahar: Rio de Janeiro, 1970.

DIENES; Z. P. e GOLDING; E. W. **Conjuntos, números e potências.** 3º edição. Editora Pedagógica e Universitária: São Paulo, 1977.

< <http://www.fc.unesp.br/~mauri/TN/SistNum.pdf> >, acesso em 23/07/2010.