

Maxima : um completo programa de Computação Algébrica

Lenimar Nunes de Andrade

UFPB

13 de setembro de 2011

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

- *Maxima* é um programa que executa cálculos numéricos e simbólicos, em desenvolvimento desde 1969. Seu nome original era Macsyma e foi elaborado nos laboratórios do MIT, nos Estados Unidos, com financiamento de várias agências governamentais norte-americanas.

- *Maxima* é um programa que executa cálculos numéricos e simbólicos, em desenvolvimento desde 1969. Seu nome original era Macsyma e foi elaborado nos laboratórios do MIT, nos Estados Unidos, com financiamento de várias agências governamentais norte-americanas.
- É capaz de simplificar expressões algébricas e trigonométricas, efetuar cálculos com matrizes e com números complexos, construir diversos tipos de gráficos, fatorar polinômios, resolver diversos tipos de equações e sistemas etc.

- *Maxima* é um programa que executa cálculos numéricos e simbólicos, em desenvolvimento desde 1969. Seu nome original era Macsyma e foi elaborado nos laboratórios do MIT, nos Estados Unidos, com financiamento de várias agências governamentais norte-americanas.
- É capaz de simplificar expressões algébricas e trigonométricas, efetuar cálculos com matrizes e com números complexos, construir diversos tipos de gráficos, fatorar polinômios, resolver diversos tipos de equações e sistemas etc.
- Trata-se de um programa livre. Pode ser copiado, utilizado e distribuído gratuitamente. Isso faz com que o *Maxima* seja uma excelente ferramenta pedagógica, facilmente acessível a todos.

- *Maxima* é um programa que executa cálculos numéricos e simbólicos, em desenvolvimento desde 1969. Seu nome original era Macsyma e foi elaborado nos laboratórios do MIT, nos Estados Unidos, com financiamento de várias agências governamentais norte-americanas.
- É capaz de simplificar expressões algébricas e trigonométricas, efetuar cálculos com matrizes e com números complexos, construir diversos tipos de gráficos, fatorar polinômios, resolver diversos tipos de equações e sistemas etc.
- Trata-se de um programa livre. Pode ser copiado, utilizado e distribuído gratuitamente. Isso faz com que o *Maxima* seja uma excelente ferramenta pedagógica, facilmente acessível a todos.
- É considerado um Sistema de Computação Algébrica de uso geral, podendo ser usado nos sistemas operacionais Windows, Linux e Mac-OS.

Sumário

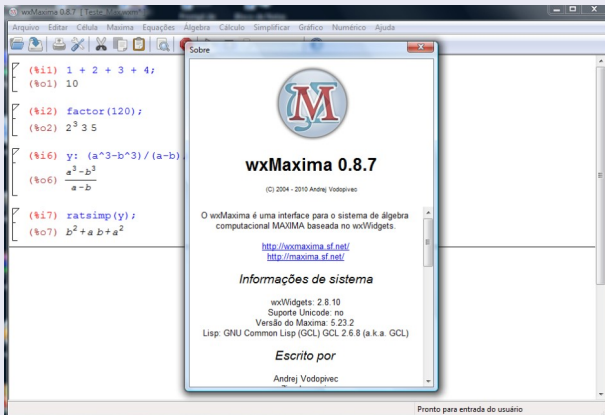
- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima**
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

Interface wxMaxima

São várias as formas pelas quais o *Maxima* comunica-se com o usuário. Citamos aqui apenas a interface wxMaxima, bastante amigável, intuitiva e fácil de se usar. Sua tela inicial é parecida com

Interface wxMaxima

São várias as formas pelas quais o *Maxima* comunica-se com o usuário. Citamos aqui apenas a interface wxMaxima, bastante amigável, intuitiva e fácil de se usar. Sua tela inicial é parecida com



Podemos digitar os comandos para o *Maxima* linha por linha, e observar as respostas dadas pelo programa. Para isso, seguimos as seguintes regras:

- Os comandos vão sendo digitados ao lado de (%i1), (%i2), (%i3) etc. e o *Maxima* vai dando suas respostas ao lado de (%o1), (%o2), (%o3) etc.

Podemos digitar os comandos para o *Maxima* linha por linha, e observar as respostas dadas pelo programa. Para isso, seguimos as seguintes regras:

- Os comandos vão sendo digitados ao lado de (%i1), (%i2), (%i3) etc. e o *Maxima* vai dando suas respostas ao lado de (%o1), (%o2), (%o3) etc.
- A linha de comando deve ser encerrada com um ponto e vírgula ou com um cifrão. Se for encerrada com um ponto e vírgula, o resultado obtido é mostrado imediatamente. Se for encerrada com um cifrão, o resultado não será mostrado de imediato, ficando guardado internamente.

Podemos digitar os comandos para o *Maxima* linha por linha, e observar as respostas dadas pelo programa. Para isso, seguimos as seguintes regras:

- Os comandos vão sendo digitados ao lado de (%i1), (%i2), (%i3) etc. e o *Maxima* vai dando suas respostas ao lado de (%o1), (%o2), (%o3) etc.
- A linha de comando deve ser encerrada com um ponto e vírgula ou com um cifrão. Se for encerrada com um ponto e vírgula, o resultado obtido é mostrado imediatamente. Se for encerrada com um cifrão, o resultado não será mostrado de imediato, ficando guardado internamente.
- As operações aritméticas básicas são indicadas pelos símbolos +, -, * (multiplicação), / (divisão) e ^ (potenciação).

- A raiz quadrada de x é indicada por $\text{sqrt}(x)$, o logaritmo natural de x é $\text{log}(x)$, as funções trigonométricas são $\text{sin}(x)$, $\text{cos}(x)$, $\text{tan}(x)$, $\text{sec}(x)$, $\text{cot}(x)$, $\text{csc}(x)$ e as trigonométricas inversas são $\text{asin}(x)$, $\text{acos}(x)$, $\text{atan}(x)$.

- A raiz quadrada de x é indicada por \sqrt{x} , o logaritmo natural de x é $\log(x)$, as funções trigonométricas são $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$, $\sec(x)$, $\cot(x)$, $\csc(x)$ e as trigonométricas inversas são $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$, $\arctan(x)$.
- Uma variável pode ter seu nome formado por uma única letra como x , y , z , ... ou ter um nome longo onde apareçam várias letras, algarismos e caracter de sublinhado como em $expr1$, $expr2$, $result_1$, $result_2$,

- A raiz quadrada de x é indicada por $\text{sqrt}(x)$, o logaritmo natural de x é $\text{log}(x)$, as funções trigonométricas são $\text{sin}(x)$, $\text{cos}(x)$, $\text{tan}(x)$, $\text{sec}(x)$, $\text{cot}(x)$, $\text{csc}(x)$ e as trigonométricas inversas são $\text{asin}(x)$, $\text{acos}(x)$, $\text{atan}(x)$.
- Uma variável pode ter seu nome formado por uma única letra como x , y , z , ... ou ter um nome longo onde apareçam várias letras, algarismos e caracter de sublinhado como em expr1 , expr2 , result_1 , result_2 ,
- Podemos atribuir valor a qualquer variável digitando-se o seu nome seguido de dois pontos e do valor da variável como em $x : 2$, $y : 4$, $z : -1$, ...

- A raiz quadrada de x é indicada por $\text{sqrt}(x)$, o logaritmo natural de x é $\text{log}(x)$, as funções trigonométricas são $\text{sin}(x)$, $\text{cos}(x)$, $\text{tan}(x)$, $\text{sec}(x)$, $\text{cot}(x)$, $\text{csc}(x)$ e as trigonométricas inversas são $\text{asin}(x)$, $\text{acos}(x)$, $\text{atan}(x)$.
- Uma variável pode ter seu nome formado por uma única letra como x , y , z , ... ou ter um nome longo onde apareçam várias letras, algarismos e caracter de sublinhado como em expr1 , expr2 , result_1 , result_2 ,
- Podemos atribuir valor a qualquer variável digitando-se o seu nome seguido de dois pontos e do valor da variável como em $x : 2$, $y : 4$, $z : -1$, ...
- O último resultado calculado pode ser referenciado por um símbolo de porcentagem (%).

- As constantes matemáticas $\pi = 3,14159\dots$, $e = 2,71828\dots$, $i = \sqrt{-1}$, $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ são representadas por %pi, %e, %i e %phi, respectivamente.

- As constantes matemáticas $\pi = 3,14159\dots$, $e = 2,71828\dots$, $i = \sqrt{-1}$, $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ são representadas por %pi, %e, %i e %phi, respectivamente.
- Usamos o comando *float(x)* para obtermos a representação decimal de x .

- As constantes matemáticas $\pi = 3,14159\dots$, $e = 2,71828\dots$, $i = \sqrt{-1}$, $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ são representadas por %pi, %e, %i e %phi, respectivamente.
- Usamos o comando *float(x)* para obtermos a representação decimal de x .
- Uma função pode ser definida utilizando-se um :=, como no exemplo $f(x) := \cos(x) + x/5 - 3$.

- As constantes matemáticas $\pi = 3,14159\dots$, $e = 2,71828\dots$, $i = \sqrt{-1}$, $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ são representadas por %pi, %e, %i e %phi, respectivamente.
- Usamos o comando $float(x)$ para obtermos a representação decimal de x .
- Uma função pode ser definida utilizando-se um $:=$, como no exemplo $f(x) := \cos(x) + x/5 - 3$.

Algumas vezes, ao invés de digitar linhas de comando, pode-se escolher uma janela no menu principal e usá-la exclusivamente para digitação do comando. O menu principal aparece no topo da tela: “Arquivo Editar Célula Maxima Equações Álgebra ...”.

A seguir, alguns exemplos de comandos digitados no *Maxima*, bem como suas respectivas respostas. Calculamos $30 \times 50 + 8 \times 10$, fatoramos o resultado em produto de potências de primos, calculamos $a = \sqrt{49}$, $b = \frac{\sqrt{81}}{6}$, $a + b$, $x = \log(\cos(\frac{\pi}{6}) + \sin(\frac{\pi}{4}))$ e a sua representação decimal.

```
(%i1) 30*50 + 8*10;
```

```
(%o1) 1580
```

Interface wxMaxima

A seguir, alguns exemplos de comandos digitados no *Maxima*, bem como suas respectivas respostas. Calculamos $30 \times 50 + 8 \times 10$, fatoramos o resultado em produto de potências de primos, calculamos $a = \sqrt{49}$, $b = \frac{\sqrt{81}}{6}$, $a + b$, $x = \log(\cos(\frac{\pi}{6}) + \sin(\frac{\pi}{4}))$ e a sua representação decimal.

```
(%i1) 30*50 + 8*10;
```

```
(%o1) 1580
```

```
(%i2) factor(%);
```

```
(%o2) 22 5 79
```

Interface wxMaxima

A seguir, alguns exemplos de comandos digitados no *Maxima*, bem como suas respectivas respostas. Calculamos $30 \times 50 + 8 \times 10$, fatoramos o resultado em produto de potências de primos, calculamos $a = \sqrt{49}$, $b = \frac{\sqrt{81}}{6}$, $a + b$, $x = \log(\cos(\frac{\pi}{6}) + \sin(\frac{\pi}{4}))$ e a sua representação decimal.

```
(%i1) 30*50 + 8*10;
```

```
(%o1) 1580
```

```
(%i2) factor(%);
```

```
(%o2) 22 5 79
```

```
(%i3) a: sqrt(49)$ b: sqrt(81)/6$ a+b;
```

```
(%o3)  $\frac{17}{2}$ 
```


Interface wxMaxima

A seguir, alguns exemplos de comandos digitados no *Maxima*, bem como suas respectivas respostas. Calculamos $30 \times 50 + 8 \times 10$, fatoramos o resultado em produto de potências de primos, calculamos $a = \sqrt{49}$, $b = \frac{\sqrt{81}}{6}$, $a + b$, $x = \log(\cos(\frac{\pi}{6}) + \sin(\frac{\pi}{4}))$ e a sua representação decimal.

(%i1) `30*50 + 8*10;`

(%o1) 1580

(%i2) `factor(%);`

(%o2) $2^2 5 79$

(%i3) `a: sqrt(49)$ b: sqrt(81)/6$ a+b;`

(%o3) $\frac{17}{2}$

(%i4) `x: log(cos(%pi/6) + sin(%pi/4)); float(x);`

(%o4) $\log(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}})$

(%o5) 0.45306865422064

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões**
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

- Expressões algébricas podem ser simplificadas com o comando *ratsimp(...)* e desenvolvidas com um comando *expand(...)*.

Simplificação e desenvolvimento de expressões

- Expressões algébricas podem ser simplificadas com o comando *ratsimp(...)* e desenvolvidas com um comando *expand(...)*.
- Se houver alguma função trigonométrica envolvida, então a expressão pode ser simplificada com um *trigsimp(...)* e ser desenvolvida com um *trigexpand(...)*.

Exemplos

(%i6) ex1: $a^3/((a-b)*(a-c)) + b^3/((b-c)*(b-a)) + c^3/((c-a)*(c-b));$

(%o6)
$$\frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$$

Exemplos

(%i6) ex1: a^3/((a-b)*(a-c)) + b^3/((b-c)*(b-a)) + c^3/((c-a)*(c-b));

(%o6)
$$\frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$$

(%i7) ratsimp(ex1);

(%o7) $c + b + a$

Exemplos

(%i6) ex1: $a^3/((a-b)*(a-c)) + b^3/((b-c)*(b-a)) + c^3/((c-a)*(c-b));$

(%o6)
$$\frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$$

(%i7) ratsimp(ex1);

(%o7) $c + b + a$

(%i8) ex2: $((3*x^2+4*x+1)^2 - (3*x^2+10*x+1)^2)/((3*x^2+11*x+1)^2 - (3*x^2+3*x+1)^2);$

(%o8)
$$\frac{(3x^2 + 4x + 1)^2 - (3x^2 + 10x + 1)^2}{(3x^2 + 11x + 1)^2 - (3x^2 + 3x + 1)^2}$$

Exemplos

(%i6) ex1: $a^3/((a-b)*(a-c)) + b^3/((b-c)*(b-a)) + c^3/((c-a)*(c-b));$

(%o6)
$$\frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$$

(%i7) ratsimp(ex1);

(%o7) $c + b + a$

(%i8) ex2: $((3*x^2+4*x+1)^2 - (3*x^2+10*x+1)^2)/((3*x^2+11*x+1)^2 - (3*x^2+3*x+1)^2);$

(%o8)
$$\frac{(3x^2 + 4x + 1)^2 - (3x^2 + 10x + 1)^2}{(3x^2 + 11x + 1)^2 - (3x^2 + 3x + 1)^2}$$

(%i9) ratsimp(ex2);

(%o9) $-\frac{3}{4}$

Exemplos

(%i10) $y: (\sin(x)^3 - \cos(x)^3)/(\sin(x) - \cos(x));$

(%o10)
$$\frac{\sin(x)^3 - \cos(x)^3}{\sin(x) - \cos(x)}$$

Exemplos

(%i10) $y: (\sin(x)^3 - \cos(x)^3)/(\sin(x) - \cos(x));$

(%o10)
$$\frac{\sin(x)^3 - \cos(x)^3}{\sin(x) - \cos(x)}$$

(%i11) $\text{trigsimp}(y);$

(%o11) $\cos(x) \sin(x) + 1$

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios**
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

Operações com polinômios

Diversas operações com polinômios podem ser efetuadas com o *Maxima*. A fatoração é realizada com um comando *factor(...)*, o máximo divisor comum entre f e g é feita com um *gcd(f, g)* e a divisão com um *divide(f, g)*. O resultado da divisão é apresentado no formato $[q, r]$ onde q é o quociente e r é o resto da divisão.

Exemplos

Neste exemplo, definimos os polinômios $f = x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 84$ e $g = (x + 4)(x^2 + x + 7)^2$, fatoramos e calculamos o MDC entre eles. Por fim, dividimos f por $x^2 + 3x + 7$.

Operações com polinômios

Diversas operações com polinômios podem ser efetuadas com o *Maxima*. A fatoração é realizada com um comando *factor(...)*, o máximo divisor comum entre f e g é feita com um *gcd(f, g)* e a divisão com um *divide(f, g)*. O resultado da divisão é apresentado no formato $[q, r]$ onde q é o quociente e r é o resto da divisão.

Exemplos

Neste exemplo, definimos os polinômios $f = x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 84$ e $g = (x + 4)(x^2 + x + 7)^2$, fatoramos e calculamos o MDC entre eles. Por fim, dividimos f por $x^2 + 3x + 7$.

```
(%i12) f: x^4 + 2*x^3 - 4*x^2 - 5*x - 84;
```

```
(%o12) x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 84
```

Operações com polinômios

Diversas operações com polinômios podem ser efetuadas com o *Maxima*. A fatoração é realizada com um comando *factor(...)*, o máximo divisor comum entre f e g é feita com um *gcd(f, g)* e a divisão com um *divide(f, g)*. O resultado da divisão é apresentado no formato $[q, r]$ onde q é o quociente e r é o resto da divisão.

Exemplos

Neste exemplo, definimos os polinômios $f = x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 84$ e $g = (x + 4)(x^2 + x + 7)^2$, fatoramos e calculamos o MDC entre eles. Por fim, dividimos f por $x^2 + 3x + 7$.

```
(%i12) f: x^4 + 2*x^3 - 4*x^2 - 5*x - 84;
```

```
(%o12) x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 84
```

```
(%i13) factor(%);
```

```
(%i13) (x - 3)(x + 4)(x^2 + x + 7)
```

Exemplos

(%i14) g: expand((x + 4)*(x^2 + x + 7)^2);

(%o14) $x^5 + 6x^4 + 23x^3 + 74x^2 + 105x + 196$

Exemplos

(%i14) g: expand((x + 4)*(x^2 + x + 7)^2);

(%o14) $x^5 + 6x^4 + 23x^3 + 74x^2 + 105x + 196$

(%i15) factor(%);

(%o15) $(x + 4)(x^2 + x + 7)^2$

Exemplos

(%i14) g: expand((x + 4)*(x^2 + x + 7)^2);

(%o14) $x^5 + 6x^4 + 23x^3 + 74x^2 + 105x + 196$

(%i15) factor(%);

(%o15) $(x + 4)(x^2 + x + 7)^2$

(%i16) gcd(f, g);

(%o16) $x^3 + 5x^2 + 11x + 28$

Exemplos

(%i14) g: expand((x + 4)*(x^2 + x + 7)^2);

(%o14) $x^5 + 6x^4 + 23x^3 + 74x^2 + 105x + 196$

(%i15) factor(%);

(%o15) $(x + 4)(x^2 + x + 7)^2$

(%i16) gcd(f, g);

(%o16) $x^3 + 5x^2 + 11x + 28$

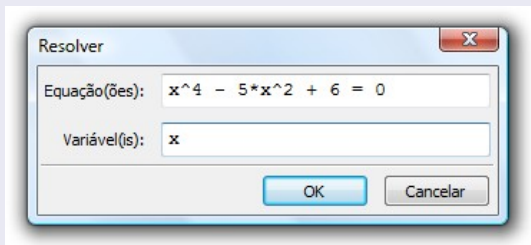
(%i17) divide(f, x^2 + 3*x + 7);

(%i17) $[x^2 - x - 8, 26x - 28]$

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas**
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

Uma equação pode ser resolvida com um comando *solve*(*equação*, *variável*). Podemos digitar uma linha de comando ou fornecer a equação em uma janela exclusiva para entrada de equações. Para obter essa janela de equações, escolhemos no menu principal do programa a opção “Equações” e depois escolhemos “Resolver ...”. Resolvemos a equação $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$.



```
(%i18) solve(x^4 - 5*x^2 + 6 = 0, x);
```

```
(%o18) [x = -sqrt(2), x = sqrt(2), x = -sqrt(3), x = sqrt(3)]
```

```
(%i18) solve(x^4 - 5*x^2 + 6 = 0, x);
```

```
(%o18) [x = -sqrt(2), x = sqrt(2), x = -sqrt(3), x = sqrt(3)]
```

Um sistema pode ser resolvido da mesma forma que uma equação, bastando colocar as equações e as variáveis entre colchetes. Resolvemos o sistema linear formado pelas equações $3x + 4y = 2$ e $2x - y = 3$.

```
(%i19) solve([3*x + 4*y = 2, 2*x - y = 3], [x, y]);
```

```
(%o19) [[x = 14/11, y = -5/11]]
```

```
(%i18) solve(x^4 - 5*x^2 + 6 = 0, x);
```

```
(%o18) [x = -sqrt(2), x = sqrt(2), x = -sqrt(3), x = sqrt(3)]
```

Um sistema pode ser resolvido da mesma forma que uma equação, bastando colocar as equações e as variáveis entre colchetes. Resolvemos o sistema linear formado pelas equações $3x + 4y = 2$ e $2x - y = 3$.

```
(%i19) solve([3*x + 4*y = 2, 2*x - y = 3], [x, y]);
```

```
(%o19) [[x = 14/11, y = -5/11]]
```

Equações mais complicadas podem ter raízes no interior de um intervalo $[a, b]$ encontradas com um comando *find_root(equação, variável, a, b)*. Neste exemplo, determinamos uma raiz da equação $\sin(3x) - 2\sin(x) = 1$ no intervalo $[-1, 1]$.

```
(%i20) find_root(sin(3*x) - 2*sin(x) = 1, x, -1, 1);
```

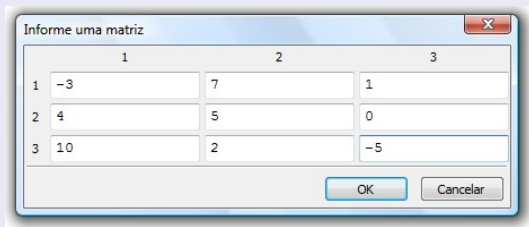
```
(%o20) -0.86437521331831
```

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes**
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

Operações com matrizes

É possível fornecer uma matriz ao *Maxima* com um comando *matrix*([linha 1], [linha 2], ...) ou através de uma janela específica, obtida nos itens “Álgebra” e “Introduzir matriz...” do menu principal. A multiplicação de matrizes pode ser feita com um ponto como em $A.B$, o determinante com um comando *determinant*(...) e a inversa com um comando *invert*(...). Definimos neste exemplo uma matriz M e calculamos seu determinante e sua matriz inversa.



	1	2	3
1	-3	7	1
2	4	5	0
3	10	2	-5

Exemplos

(%i21) M: matrix([-3,7,1], [4,5,0], [10,2,-5]);

(%o21)
$$\begin{bmatrix} -3 & 7 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \\ 10 & 2 & -5 \end{bmatrix}$$

Exemplos

(%i21) M: matrix([-3,7,1], [4,5,0], [10,2,-5]);

(%o21)
$$\begin{bmatrix} -3 & 7 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \\ 10 & 2 & -5 \end{bmatrix}$$

(%i22) determinant(%);

(%o22) 173

Exemplos

(%i21) M: matrix([-3,7,1], [4,5,0], [10,2,-5]);

(%o21)
$$\begin{bmatrix} -3 & 7 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \\ 10 & 2 & -5 \end{bmatrix}$$

(%i22) determinant(%);

(%o22) 173

(%i23) invert(%);

(%o23)
$$\begin{bmatrix} -\frac{25}{173} & \frac{37}{173} & -\frac{5}{173} \\ \frac{20}{173} & \frac{5}{173} & \frac{4}{173} \\ -\frac{42}{173} & \frac{76}{173} & -\frac{43}{173} \end{bmatrix}$$

Operações com matrizes

Exemplos

(%i21) M: matrix([-3,7,1], [4,5,0], [10,2,-5]);

(%o21)
$$\begin{bmatrix} -3 & 7 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \\ 10 & 2 & -5 \end{bmatrix}$$

(%i22) determinant(%);

(%o22) 173

(%i23) invert(%);

(%o23)
$$\begin{bmatrix} -\frac{25}{173} & \frac{37}{173} & -\frac{5}{173} \\ \frac{20}{173} & \frac{5}{173} & \frac{4}{173} \\ -\frac{42}{173} & \frac{76}{173} & -\frac{43}{173} \end{bmatrix}$$

(%i24) M . M;

(%o24)
$$\begin{bmatrix} 47 & 16 & -8 \\ 8 & 53 & 4 \\ -72 & 70 & 35 \end{bmatrix}$$

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos**
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

- O *Maxima* constrói vários tipos de gráficos planos ou tridimensionais.
- A construção do mais simples tipo de gráfico plano com $x \in [a, b]$ e $y \in [c, d]$ pode ser feita com um comando

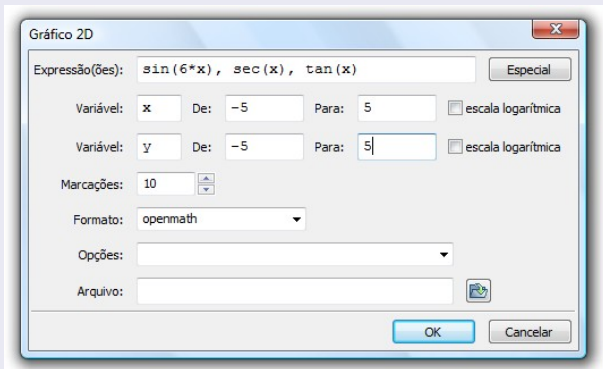
plot2D(função, [x, a, b], [y, c, d]) .

- Mais de um gráfico podem ser construídos em um mesmo sistema de eixos, bastando colocar a lista de funções envolvidas entre colchetes e separadas entre si por vírgulas.

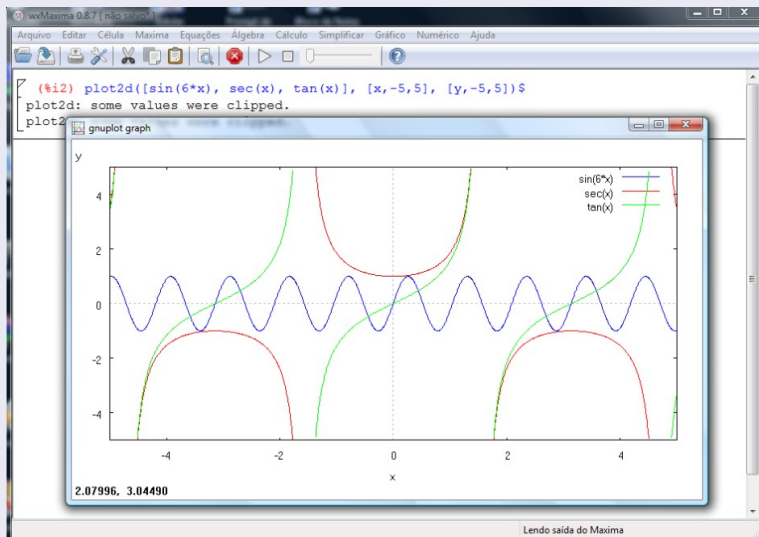
Gráficos

Neste exemplo construímos os gráficos de $\sin(6x)$, $\sec(x)$ e $\tan(x)$ com x e y variando de -5 a 5 . Uma janela exclusiva para a digitação dos dados do gráfico pode ser obtida com a opção “Gráfico” do menu principal, depois escolhendo-se “Gráfico2D ...”.

```
(%i24) plot2D( [sin(6*x), sec(x), tan(x)], [x, -5, 5], [y, -5, 5] );
```



Gráficos



Gráficos tridimensionais

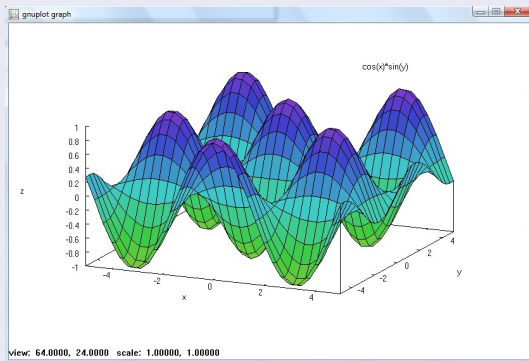
O gráfico tridimensional de uma função $f(x, y)$, com $x \in [a, b]$ e $y \in [c, d]$ pode ser construído com um comando `plot3d(f(x, y), [x, a, b], [y, a, b])` ou fornecendo-se os dados do gráfico nas janelas “Gráfico” e “Gráfico3D ...” no menu principal.

```
(%i25) plot3d( cos(x)*sin(y), [x, -5, 5], [y, -5, 5] );
```

Gráficos tridimensionais

O gráfico tridimensional de uma função $f(x, y)$, com $x \in [a, b]$ e $y \in [c, d]$ pode ser construído com um comando `plot3d(f(x, y), [x, a, b], [y, a, b])` ou fornecendo-se os dados do gráfico nas janelas “Gráfico” e “Gráfico3D ...” no menu principal.

```
(%i25) plot3d( cos(x)*sin(y), [x, -5, 5], [y, -5, 5] );
```



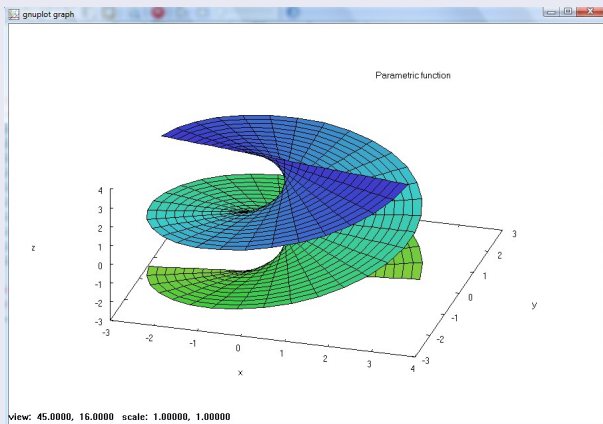
Se a superfície for definida por equações paramétricas, é possível construí-la fornecendo-se as equações entre colchetes.

```
(%i26) plot3d( [u*cos(v), u*sin(v), v], [u, 0, 3], [v, 0, 10] );
```

Gráficos tridimensionais

Se a superfície for definida por equações paramétricas, é possível construí-la fornecendo-se as equações entre colchetes.

```
(%i26) plot3d( [u*cos(v), u*sin(v), v], [u, 0, 3], [v, 0, 10] );
```



Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites**
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

O limite de $f(x)$ quando x tende a x_0 é calculado com um comando $\text{limit}(f(x), x, x_0)$. O infinito pode ser codificado por inf e o menos infinito por minf . Se for colocado um apóstrofo antes do comando, ele será apenas mostrado, mas não calculado.

```
(%i27) limit(sin(4*x)/x, x, 0);
```

```
(%o27) 4
```

O limite de $f(x)$ quando x tende a x_0 é calculado com um comando $\text{limit}(f(x), x, x_0)$. O infinito pode ser codificado por *inf* e o menos infinito por *minf*. Se for colocado um apóstrofo antes do comando, ele será apenas mostrado, mas não calculado.

```
(%i27) limit(sin(4*x)/x, x, 0);
```

```
(%o27) 4
```

```
(%i28) limit((1 + 3/n)^n, n, minf);
```

```
(%o28) %e3
```


O limite de $f(x)$ quando x tende a x_0 é calculado com um comando $\text{limit}(f(x), x, x_0)$. O infinito pode ser codificado por inf e o menos infinito por minf . Se for colocado um apóstrofo antes do comando, ele será apenas mostrado, mas não calculado.

```
(%i27) limit(sin(4*x)/x, x, 0);
```

```
(%o27) 4
```

```
(%i28) limit((1 + 3/n)^n, n, minf);
```

```
(%o28) %e3
```

```
(%i29) 'limit( sqrt(x + sqrt(x)) - sqrt(x), x, inf);
```

```
(%o29)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$ 
```

O limite de $f(x)$ quando x tende a x_0 é calculado com um comando $\text{limit}(f(x), x, x_0)$. O infinito pode ser codificado por inf e o menos infinito por minf . Se for colocado um apóstrofo antes do comando, ele será apenas mostrado, mas não calculado.

(%i27) $\text{limit}(\sin(4*x)/x, x, 0);$

(%o27) 4

(%i28) $\text{limit}((1 + 3/n)^n, n, \text{minf});$

(%o28) %e³

(%i29) 'limit(sqrt(x + sqrt(x)) - sqrt(x), x, inf);

(%o29) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$

(%i30) limit(sqrt(x + sqrt(x)) - sqrt(x), x, inf);

(%o30) $\frac{1}{2}$

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas**
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

A derivada de $f(x)$ com relação a x pode ser calculada com um `diff(f(x), x)`. Se for colocado um apóstrofo antes do nome do comando, ele não será executado.

```
(%i31) diff(x^7 + 11*sin(x), x);
```

```
(%o31) 11 cos(x) + 7x6
```

A derivada de $f(x)$ com relação a x pode ser calculada com um $\text{diff}(f(x), x)$. Se for colocado um apóstrofo antes do nome do comando, ele não será executado.

(%i31) $\text{diff}(x^7 + 11*\sin(x), x);$

(%o31) $11 \cos(x) + 7x^6$

(%i32) $'\text{diff}(\cos(x^5), x) = \text{diff}(\cos(x^5), x);$

(%o32) $\frac{d}{dx} \cos(x^5) = -5x^4 \sin(x^5)$

A derivada de $f(x)$ com relação a x pode ser calculada com um `diff(f(x), x)`. Se for colocado um apóstrofo antes do nome do comando, ele não será executado.

```
(%i31) diff(x^7 + 11*sin(x), x);
```

```
(%o31) 11 cos(x) + 7x^6
```

```
(%i32) 'diff(cos(x^5), x) = diff(cos(x^5), x);
```

```
(%o32)  $\frac{d}{dx} \cos(x^5) = -5x^4 \sin(x^5)$ 
```

```
(%i33) diff((3*x + 5*y^3)^7, y);
```

```
(%o33) 105y^2(5y^3 + 3x)^6
```

A derivada de $f(x)$ com relação a x pode ser calculada com um `diff(f(x), x)`. Se for colocado um apóstrofo antes do nome do comando, ele não será executado.

```
(%i31) diff(x^7 + 11*sin(x), x);
```

```
(%o31) 11 cos(x) + 7x^6
```

```
(%i32) 'diff(cos(x^5), x) = diff(cos(x^5), x);
```

```
(%o32)  $\frac{d}{dx} \cos(x^5) = -5x^4 \sin(x^5)$ 
```

```
(%i33) diff((3*x + 5*y^3)^7, y);
```

```
(%o33) 105y^2(5y^3 + 3x)^6
```

```
(%i34) diff(tan(x), x, 6);
```

```
(%o34) 32sec(x)^2 tan(x)^5 + 416sec(x)^4 tan(x)^3 + 272sec(x)^6 tan(x)
```

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais**
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

Integrais definidas em $[a, b]$ podem ser calculadas com comando do tipo $\text{integrate}(f(x), x, a, b)$.

```
(%i34) 'integrate( x^4*cos(x), x);
```

```
(%o34)  $\int x^4 \cos(x) dx$ 
```

Integrais definidas em $[a, b]$ podem ser calculadas com comando do tipo *integrate*($f(x), x, a, b$).

```
(%i34) 'integrate( x^4*cos(x), x);
```

```
(%o34)  $\int x^4 \cos(x) dx$ 
```

```
(%i35) integrate( x^4*cos(x), x);
```

```
(%o35)  $(x^4 - 12x^2 + 24) \sin(x) + (4x^3 - 24x) \cos(x)$ 
```

Integrais

Integrais definidas em $[a, b]$ podem ser calculadas com comando do tipo $\text{integrate}(f(x), x, a, b)$.

(%i34) `'integrate(x^4*cos(x), x);`

(%o34) $\int x^4 \cos(x) dx$

(%i35) `integrate(x^4*cos(x), x);`

(%o35) $(x^4 - 12x^2 + 24) \sin(x) + (4x^3 - 24x) \cos(x)$

(%i36) `'integrate(x^5, x, a, b) = integrate(x^5, x, a, b);`

(%o36) $\int_a^b x^5 dx = \frac{b^6}{6} - \frac{a^6}{6}$

Integrais definidas em $[a, b]$ podem ser calculadas com comando do tipo *integrate*($f(x), x, a, b$).

(%i34) `'integrate(x^4*cos(x), x);`

(%o34)
$$\int x^4 \cos(x) dx$$

(%i35) `integrate(x^4*cos(x), x);`

(%o35)
$$(x^4 - 12x^2 + 24) \sin(x) + (4x^3 - 24x) \cos(x)$$

(%i36) `'integrate(x^5, x, a, b) = integrate(x^5, x, a, b);`

(%o36)
$$\int_a^b x^5 dx = \frac{b^6}{6} - \frac{a^6}{6}$$

(%i37) `'integrate(%e^(-x^2), x, 0, inf) = integrate(%e^(-x^2), x, 0, inf);`

(%o37)
$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais**
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

O *Maxima* possui vários comandos para resolução de equações diferenciais. Um deles, o `ode2(EDO, var1, var2)` resolve equações diferenciais ordinárias EDO de primeira ou segunda ordens, com *var1* sendo a variável dependente e *var2* a independente. Neste caso, é preciso que se digite um apóstrofo antes das derivadas. Nas soluções, o *Maxima* apresenta as constantes genéricas como sendo `%c`, `%k1`, `%k2` etc.

```
(%i38) eqn1: 'diff(y, x) + 4*y = cos(x);
```

```
(%o38)  $\frac{d}{dx}y + 4y = \cos(x)$ 
```

O *Maxima* possui vários comandos para resolução de equações diferenciais. Um deles, o `ode2(EDO, var1, var2)` resolve equações diferenciais ordinárias EDO de primeira ou segunda ordens, com *var1* sendo a variável dependente e *var2* a independente. Neste caso, é preciso que se digite um apóstrofo antes das derivadas. Nas soluções, o *Maxima* apresenta as constantes genéricas como sendo `%c`, `%k1`, `%k2` etc.

(%i38) `eqn1: 'diff(y, x) + 4*y = cos(x);`

(%o38)
$$\frac{d}{dx}y + 4y = \cos(x)$$

(%i39) `ode2(eqn1, y, x);`

(%o39)
$$y = \%e^{-4x} \left(\frac{\%e^{4x} (\sin(x) + 4 \cos(x))}{17} + \%c \right)$$

O *Maxima* possui vários comandos para resolução de equações diferenciais. Um deles, o `ode2(EDO, var1, var2)` resolve equações diferenciais ordinárias EDO de primeira ou segunda ordens, com *var1* sendo a variável dependente e *var2* a independente. Neste caso, é preciso que se digite um apóstrofo antes das derivadas. Nas soluções, o *Maxima* apresenta as constantes genéricas como sendo `%c`, `%k1`, `%k2` etc.

(%i38) `eqn1: 'diff(y, x) + 4*y = cos(x);`

(%o38)
$$\frac{d}{dx}y + 4y = \cos(x)$$

(%i39) `ode2(eqn1, y, x);`

(%o39)
$$y = \%e^{-4x} \left(\frac{\%e^{4x}(\sin(x) + 4 \cos(x))}{17} + \%c \right)$$

(%i40) `eqn2: 'diff(y, x, 2) - 5*'diff(y, x) + 6 = 0;`

(%o40)
$$\frac{d^2}{dx^2}y - 5 \left(\frac{d}{dx}y \right) + 6 = 0$$

O *Maxima* possui vários comandos para resolução de equações diferenciais. Um deles, o `ode2(EDO, var1, var2)` resolve equações diferenciais ordinárias EDO de primeira ou segunda ordens, com *var1* sendo a variável dependente e *var2* a independente. Neste caso, é preciso que se digite um apóstrofo antes das derivadas. Nas soluções, o *Maxima* apresenta as constantes genéricas como sendo `%c`, `%k1`, `%k2` etc.

(%i38) `eqn1: 'diff(y, x) + 4*y = cos(x);`

(%o38)
$$\frac{d}{dx}y + 4y = \cos(x)$$

(%i39) `ode2(eqn1, y, x);`

(%o39)
$$y = \%e^{-4x} \left(\frac{\%e^{4x}(\sin(x) + 4 \cos(x))}{17} + \%c \right)$$

(%i40) `eqn2: 'diff(y, x, 2) - 5*'diff(y, x) + 6 = 0;`

(%o40)
$$\frac{d^2}{dx^2}y - 5 \left(\frac{d}{dx}y \right) + 6 = 0$$

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima***
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

O *Maxima* possui comandos que permitem que ele seja usado também como uma linguagem de programação, permitindo que sejam elaborados programas com essa linguagem. Alguns comandos para programação são:

- **if condição then comando1 else comando2**: executa comando1 se a condição for verdadeira ou o comando2 se a condição for falsa.
- **print("mensagem1", variável1, "mensagem2", variável2, ...)**: mostra uma ou várias mensagens entre aspas seguidas dos valores de uma ou várias variáveis.
- **for variável from início thru término step passo do comando**: o comando fornecido depois do do é executado para cada valor da variável no intervalo [início, término] com passo dado.
- **while condição do comando**: executa o comando enquanto a condição for verdadeira

O *Maxima* possui comandos que permitem que ele seja usado também como uma linguagem de programação, permitindo que sejam elaborados programas com essa linguagem. Alguns comandos para programação são:

- **if condição then comando1 else comando2**: executa comando1 se a condição for verdadeira ou o comando2 se a condição for falsa.
- **print("mensagem1", variável1, "mensagem2", variável2, ...)**: mostra uma ou várias mensagens entre aspas seguidas dos valores de uma ou várias variáveis.
- **for variável from início thru término step passo do comando**: o comando fornecido depois do do é executado para cada valor da variável no intervalo [início, término] com passo dado.
- **while condição do comando**: executa o comando enquanto a condição for verdadeira

- **block**([variáveis locais], comando1, comando2, ..., return(valor)): permite construção de um bloco de comandos. Se houver um comando return(valor), então o valor é retornado; senão, é retornado o último valor calculado no bloco.

Exemplos

- if $x > 2$ then print("maior do que 2") else print("menor ou igual a 2");
- for k from 1 thru 20 step 2 do print(k);
- $f(x) := \text{block}(\text{if } x < 2 \text{ then return}(1) \text{ else return}(x*f(x-1)))$;
- x: 1; while (x < 30) do (print(factor(x)), x: x+1);

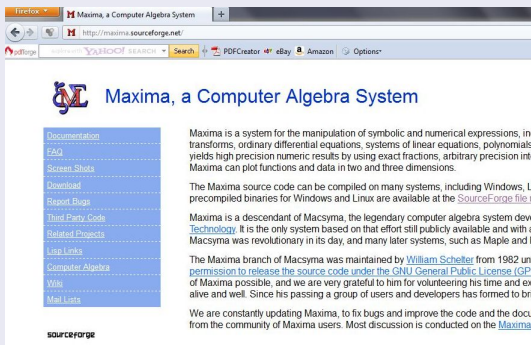
Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar**
- 14 Referências Bibliográficas

O *Maxima* tem sua própria página na Internet, no endereço

<http://maxima.sourceforge.net/download.html> .

A partir dela pode-se copiar o programa (cerca de 30 MB), além da sua documentação em diversos idiomas.



The screenshot shows a Firefox browser window with the address bar displaying <http://maxima.sourceforge.net/>. The page title is "Maxima, a Computer Algebra System". On the left side, there is a vertical navigation menu with blue buttons for: Documentation, FAQ, Screen Shots, Download, Report Bugs, Third Party Code, Related Projects, Lisp Links, Computer Algebra, Wikis, and Mail Lists. The main content area features the Maxima logo (a stylized 'M' and 'C' intertwined) followed by the heading "Maxima, a Computer Algebra System". Below this, there are three paragraphs of text: the first describes Maxima as a system for symbolic and numerical manipulation; the second states that source code is available for Windows and Linux; the third mentions its lineage from Macsyma and its maintenance by William Schelter. At the bottom left of the page, the "sourceforge" logo is visible.

Sumário

- 1 Introdução
- 2 Interface wxMaxima
- 3 Simplificação e desenvolvimento de expressões
- 4 Operações com polinômios
- 5 Equações e sistemas
- 6 Operações com matrizes
- 7 Gráficos
- 8 Limites
- 9 Derivadas
- 10 Integrais
- 11 Equações diferenciais
- 12 Programação com o *Maxima*
- 13 De onde copiar
- 14 Referências Bibliográficas

Referências Bibliográficas

- 1 J. R. R. Galván (2007), *Maxima con wxMaxima: software libre en el aula de matemáticas*, Oficina de Software Libre de la Universidad de Cádiz, disponível na Internet em PDF.
- 2 Gómez, A. J. A. e outros, *Prácticas de Matemáticas con Maxima*, disponível em <http://recursos.pnte.cfnavarra.es/~msadaall/geogebra/index.htm>
- 3 Urroz, G. E., *Maxima Book*, disponível em <http://www.neng.usu.edu/cee/faculty/gurro/Maxima.html>
- 4 *Maxima Manual* (2000), disponível em <http://maxima.sourceforge.net/docs/manual/en/maxima.pdf>
- 5 Macsyma Inc. (1998), *Macsyma Scientific Graphics Reference Manual*, disponível em www.cs.berkeley.edu/~fateman/macsyma/docs/

- 6 Macsyma Inc. (1996), *Macsyma Mathematics and System Reference Manual*, 16th ed., disponível em www.cs.berkeley.edu/~fateman/macsyma/docs/
- 7 Macsyma Inc. (1996), *Macsyma User's Guide*, 2nd ed., disponível em www.cs.berkeley.edu/~fateman/macsyma/docs/
- 8 Neble, M. V. R., Galván, J. R. R. (2005), *Introducción a Maxima*, Universidad de Cádiz, disponível na Internet em PDF.
- 9 M. R. Riotorto (2008), *Primeros pasos en Maxima*, disponível em www.telefonica.net/web2/biomates
- 10 J. E. Villate (2007), *Introdução aos Sistemas Dinâmicos – Uma abordagem prática com Maxima*, disponível em http://fisica.fe.up.pt/maxima/book/sistdinam-1_2.pdf