UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Lista de Exercícios - Cálculo Diferencial e Integral I

Professor: Alexandre de Bustamante Simas - Sala 233
E-mail: `alexandre@mat.ufpb.br` / Home page: `http://www.mat.ufpb.br/~alexandre/`

Lista 3 - Limites

1. Divida $x^3 - a^3$ por $x - a$ para concluir que $x^3 - a^3 = (x-a)(x^2 + ax + a^2)$.

2. Verifique as identidades:

a) $x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$;

b) $x^4 - a^4 = (x-a)(x^3 + ax^2 + a^2x + a^3)$;

c) $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$.

3. Calcule os limites:

a) $\lim_{x\to 2} x^2$; b) $\lim_{x\to 1}(3x+1)$; c) $\lim_{x\to -2}(4x+1)$;

d) $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$; e) $\lim_{x\to 1/2} \frac{4x^2-1}{2x-1}$; f) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$

g) $\lim_{x\to -1/3} \frac{9x^2-1}{3x+1}$; h) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2+3x-1}{x^2+2}$; i) $\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{3}}{x-3}$

j) $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{2}}{x-2}$; l) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{5}}$; m) $\lim_{x\to -1} \frac{x^3+1}{x^2-1}$;

n) $\lim_{x\to 0} \frac{x^3+x^2}{3x^3+x^4+x}$; o) $\lim_{h\to 0}(x^2+3xh)$; p) $\lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x^4+3x-4}$;

q) $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-5x^2+8x-4}{x^4-5x-6}$; r) $\lim_{x\to 2} \frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{2}}{x-2}$; $s)$ $\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt{x^2+8}-3}{x+1}$

t) $\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$; u) $\lim_{x\to -5} \sqrt[3]{x-1}$.

4. Determine L para que a função seja contínua no ponto dado, justifique:

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2}, & \text{se } x \neq 2, \\ L, & \text{se } x = 2, \end{cases}$ em $p = 2$.

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}, & \text{se } x \neq 3, \\ L, & \text{se } x = 3, \end{cases}$ em $p = 3$.

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{5}}{\sqrt{x+5}-\sqrt{10}}, & \text{se } x \neq 5, \\ L, & \text{se } x = 5, \end{cases}$ em $p = 5$.

5. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x}{x+1}, & \text{se } x \neq -1, \\ 2, & \text{se } x = -1, \end{cases}$ é contínua em 0? é contínua em -1?.

6. Calcule os limites:

a) $\lim_{x\to 1} \sqrt{\frac{x^2-1}{x-1}}$; b) $\lim_{x\to -1} \sqrt[3]{\frac{x^3+1}{x+1}}$; c) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-1}$;

d) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x-1}$; e) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{3x+5}-2}{x^2-1}$.

7. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, e suponha que $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = 1$. Calcule:

a) $\lim_{x\to 0} \frac{f(3x)}{x}$; b) $\lim_{x\to 0} \frac{f(x^2)}{x}$; c) $\lim_{x\to 1} \frac{f(x^2-1)}{x-1}$;

d) $\lim_{x\to 0} \frac{f(7x)}{3x}$.